Quelques propriétés originales des champs de gravitation

Surfaces en évolution - Supraconductivité de type I

©Thierry PERIAT, ISBN 978-2-36923-081-6, EAN-9782369230816, v2

27 février 2020

Résumé Ce document explore, à travers quelques exemples, les conséquences des résultats généraux acquis précédemment sur les produits tensoriels (resp. de Lie) déformés. En dimension trois, il explique comment incorporer les travaux d'E. Cartan sur les métriques fondées sur les aires en evolution à la théorie de la question (E) ; ouvrant ainsi une voie à sa visualisation via les outils modernes de l'informatique. En dimension quatre, il redécouvre la supraconduction de type I et explique comment elle est liée à la gravitation via la loi de Lorentz covariante.

Contents

1 Introduction

1.1 Une brève histoire de la gravitation

La gravitation désigne le phénomène naturel par lequel deux corps massiques semblent s'attirer. A en croire le film "2001, l'Odyssée de l'espace"[1], homo sapiens aurait pris conscience de ce fait il y a bien longtemps après une bataille autour d'une marre d'eau qu'il disputait à une tribu adverse en regardant retomber les restes osseux de son ennemi dépecé.
L'histoire classique livre une variante moins violente de cette découverte magistrale avec l'épisode d'un Newton endormi au pied de son pommier [[01]]. Quant à comprendre ce qui a inspiré l'explication donnée par A. Einstein [[02]] : je ne saurais trop dire. Toujours est-il que, jusqu'à ce jour, celle-ci donne la possibilité de comprendre bon nombre d'évènements expérimentaux restés inexpliqués auparavant... à un ensemble crucial près : celui des résultats livrés par l'aspect quantique de la réalité physique. C'est là une faille que les plus brillants cerveaux s'évertuent à combler depuis un siècle ; voir à titre d'exemple [[03] ; en anglais].

1.2 Rappels des données de base

Aprés avoir constaté dans [1] que tous les produits vectoriels déformés avaient au moins une décomposition triviale dans l'espace vectoriel dual de celui auquel est habituellement rapporté une discussion classique, j'ai exposé deux méthodes permettant la découverte de décompositions non-triviales pour ces produits [2], [3].

Les logiques sur lesquelles reposent l'une et l'autre diffèrent totalement mais elles se complètent harmonieusement. Celle permettant de diviser de manière intrinsèque les produits vectoriels déformés repose sur une mesure de l'écart entre le diviseur trivial et un diviseur non-trivial. en l'occurence, cette mesure est donnée par le calcul du déterminant de cet écart. L'autre, dite extrinsèque, repose sur une identification forcée entre un scalaire associé avec la décomposition non-triviale recherchée et un développement de Taylor ou de Mac-Laurin d'une fonction vectorielle ; voir introduction au concept par exemple dans [[07] ; § E, pp. 144-145].

2 Dans les espaces de dimension trois

2.1 Objectif

Où je montre comment les champs de force dépendant de l'inverse du carré de la distance à la source qui les créent permettent d'introduire naturellement les travaux d'E. Cartan sur les métriques induites par les surfaces en évolution, [[04]], dans le contexte de la théorie des produits vectoriels déformés lorsqu'il est tenté de faire coincider, *pour un même produit vectoriel déformé*, la partie principale d'une décomposition non-triviale obtenue par la méthode intrinsèque et celle qui l'a été par la méthode extrinsèque.

Soit le développement limité de Mac Laurin à l'ordre deux inclus (trois exclus) d'une fonction continue de trois variables réelles (ou complexes) constituant les composantes d'un projectile $\mathbf{a}$ variant autour de zèro ; pour des petites valeurs des composantes de ce projectile :

$$\forall\, \mathbf{a} \sim \mathbf{0} \,:\, \Xi(\mathbf{a}) \,-\, 0(3) \,=\, \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 \Xi(\mathbf{0})}{\partial a^i \partial a^j} \,.\, a^i \,.\, a^j \,+\, \frac{\partial \Xi(\mathbf{0})}{\partial a^i} \,.\, a^i \,+\, \Xi(\mathbf{0})$$

[1]réalisé par S. Kubrick et sorti en 1968 sur les écrans.

Il est a priori toujours possible de tenter de l'interpréter comme la signature d'un produit vectoriel déformé et décomposé non trivialement (voir le théorème initial dans [2]). Il suffit pour cela de poser :

$$[_\Lambda D] = \frac{1}{2} . [\frac{\partial^2 \Xi(\mathbf{0})}{\partial a^i \partial a^j}]$$

$$_\Lambda \mathbf{d}^* = \mathbf{Grad_a} \Xi(\mathbf{a} = \mathbf{0})$$

$$-|_\Lambda P| = \Xi(\mathbf{a} = \mathbf{0})$$

$$\Lambda(\mathbf{a}) = |_{[A]}\Phi(\mathbf{a}) - [_\Lambda P]| = \Xi(\mathbf{a}) - 0(3)$$

2.2 Les champs dont le gradient est proportionnel à l'inverse du carré de la distance à une source

Je choisis de tester ici une procédure de recouvrement de la partie principale de la décomposition non-triviale intrinsèque à partir d'une famille de polynomiales bien précise. Mon hypothèse de travail est que les coefficients de degré un de la polynomiale de degré deux invoquée ci-dessus constituent les composantes d'un champ en inverse du carré de la norme du projectile. Autrement dit jécris :

$$\forall \mathbf{a} \sim \mathbf{0} : d_i = \frac{\partial \Xi(\mathbf{0})}{\partial a^i} = \frac{K}{||\mathbf{a}||^3} . a^i \iff \mathbf{d}^* = \mathbf{Grad}(\Xi(\mathbf{0})) = \frac{K}{||\mathbf{a}||^3} . \mathbf{a}$$

Je vérifie ensuite aisément que :

$$\forall \mathbf{a} \sim \mathbf{0} : \frac{\partial^2 \Xi(\mathbf{0})}{\partial a^i \partial a^j} = \frac{K}{||\mathbf{a}||^3} . (\delta_i^j - 3 . \frac{a^i . a^j}{||\mathbf{a}||^2})$$

C'est équivalent à :

$$\forall \mathbf{a} \sim \mathbf{0} : [S_0] = [Hess_{(\mathbf{a},0)} \Xi(\mathbf{0})] = \frac{K}{||\mathbf{a}||^3} . [Id_3 - \frac{3}{||\mathbf{a}||^2} . T_2(\otimes)(\mathbf{a}, \mathbf{a})]$$

La Hessienne classique apparaissant ici est proportionnelle à la matrice d'un certain type de rayonnements quadrupolaires. Pour être précis, dans la démarche entreprise ici, il convient d'écrire :

$$d_{ij} = \frac{1}{2} . \frac{\partial^2 \Xi(\mathbf{0})}{\partial a^i \partial a^j} = \frac{1}{2} . \frac{K}{||\mathbf{a}||^3} . (\delta_i^j - 3 . \frac{a^i . a^j}{||\mathbf{a}||^2})$$

Mais la matrice [D] est visiblement symétrique et je sais que [D] + $[\mathrm{D}]^t$ = 2. [D] = [Hess Ξ] ; le déterminant de la Hessienne qui peut être construite avec ces coefficients vaut donc huit fois celui de la matrice [D] [2] :

$$|Hess_{(\mathbf{a},0)} \Xi(\mathbf{0})|$$

$$=$$

$$\Delta$$

$$=$$

$$8 . d_{11} . d_{22} . d_{33} + 2 . d_{12} . d_{23} . d_{13} - 2 . d_{11} . (d_{23})^2 - 2 . d_{22} . (d_{13})^2 - 2 . d_{33} . (d_{12})^2$$

Dans le cadre de cet exercice :

$$\Delta = 2 . \{\frac{K}{||\mathbf{a}||^3}\}^3 \neq 0 \, si \, K \neq 0$$

[2] Voir les données de base justifiant ces affirmations dans [2] et dans [4].

Cette matrice peut donc être inversée, en général. Le calcul de l'inverse livre le resultat inattendu mais crucial pour ce aui suit :

$$|_{\Lambda}\mathbf{s}> = -[S_0]^{-1} \,.\, |_{\Lambda}\mathbf{d}*> = -|\mathbf{a}>$$

J'en déduis que, dans les circonstances précisées par l'hypothèse de travail qui a été énoncée ci-dessus, le projectile coincide toujours, au signe moins près, avec le vecteur singulier de la polynomiale de degré deux $\Lambda(\mathbf{a})$. C'est un résultat remarquable et je vais expliquer pourquoi au travers d'un exemple.

2.3 Quand le projectile est un vecteur représentant une position spatiale

Si, à cet endroit du développement de la théorie, je remplace le projectile quelconque par un vecteur de positionnement (ce qui serait le cas en gravitation Newtonienne et en électricité Coulombienne) :

$$\mathbf{a} = \mathbf{r}$$

alors, le produit vectoriel déformé -puis non-trivialement décomposé, est tel que :

$$\exists\,([P],\,\mathbf{z}) \in M(3,\,R) \times E(3,\,R)\,|[\mathbf{r},\mathbf{b}]_{[A]}> = |\,_{[A]}\Phi(\mathbf{r}).\,|\mathbf{b}> = [P].\,|\mathbf{b}> + |\mathbf{z}>$$

Plus précisément, quand le noyau de partie principale de la décomposition est de type I (voir ma terminologie dans [4]) :

$$[P]_{|A|} = |A|\,.\,[A]^t\,.\,[J]\,.\,\{\frac{1}{2}\,.\,[S_0] + |A|\,.\,_{[J]}\Phi([S_0]^{-1}\,.\,|\mathbf{d*}>)\}\,;\,|A| = \pm 1$$

La déclinaison particulière à cette sous-section en est :

$$\forall\,\mathbf{r} \sim \mathbf{0},\,|A| = \pm 1\;:$$

$$[P]_{|A|} \sim [A]^t\,.\,[J]\,.\,\{\frac{|A|\,.\,K}{2\,.\,||\mathbf{r}||^3}\,.\,\{Id_3 - \frac{3}{||\mathbf{r}||^2}\,.\,T_2(\otimes)(\mathbf{r},\mathbf{r})\} - \,_{[J]}\Phi(\mathbf{r})\}\,;\,|A| = \pm 1$$

A la limite euclidienne de cette approche, la partie principale intrinsèque se résume à :

$$\forall\,\mathbf{r} \sim \mathbf{0},\,[A] \to [J],\,|A| = -1\;:$$

$$[P]_{|-1|} \sim -\{\frac{K}{2\,.\,||\mathbf{r}||^3}\,.\,\{Id_3 - \frac{3}{||\mathbf{r}||^2}\,.\,T_2(\otimes)(\mathbf{r},\mathbf{r})\} + \,_{[J]}\Phi(\mathbf{r})\}$$

Conclusion importante: Même dans un environnement réputé être caractéristique des espaces tridimensionnels euclidiens classiques, dans le cadre de l'hypothèse de travail faite au début de cette sous-section, il est impossible d'obtenir la coincidence exacte de cette partie principale avec la décomposition triviale intuitivement et spontanément attendue.

2.4 Interprétation

Ce résultat interroge nos esprits sur la validité de l'équivalence mentale inconsciemment pratiquée dans les espaces tri-dimensionnels de notre quotidien :

$$Champs\,en\,\frac{1}{||\mathbf{r}||^2} \iff Euclide\,?$$

Les liens entre géométrie et gravitation constituent le coeur de la théorie de la relativité générale ; ils sont admis et connus [[02]]. La gravitation déforme la géométrie euclidienne classique (ou celle de Minkowski dans une discussion s'effectuant dans un espace de dimension quatre).

La théorie de la question (E) interprète ce fait reconnu en disant que les champs de gravitation déforment nos procédures de calculs. La théorie de la relativité générale symbolise cette déformation au travers des composantes du tenseur métrique : [G]. La théorie de la question (E) va un cran plus loin en supposant que la présence de champs de gravitation déforme également notre façon de calculer les produits vectoriels (en dimension trois) et les produits de Lie dans les dimensions supérieures (voir les définitions dans [1]).

Ainsi, dans le cadre de cette nouvelle théorie, il existe une association inconsciente entre *l'euclidianité* [3] et les produits vectoriels non déformés ou, plus exactement, déformés par la matrice [J]. Avec cette logique là, l'existence d'une décomposition non-triviale dans un contexte classique (voir la relation ci-dessus) pose donc problème et demande au moins précision.

L'observation attentive de la relation obtenue précédemment suggère finalement l'explication à cette incohérence apparente. En effet, en annulant le facteur scalaire K, je fais disparaitre la présence et l'influence de la source ; la partie principale devient une décomposition triviale. Ce fait prouve bien que le facteur K porte à lui seul la cause de la non-trivialité. Mais visiblement, il la porte aussi dans un contexte où le produit vectoriel est réputé être classique. Par conséquent, l'association intuitive "source déformante de la géométrie - déformation du produit vectoriel" n'est pas a priori correcte.

$$Champs\,en\,\frac{1}{||\mathbf{r}||^2}\;\Rightarrow\;[J]\;\rightarrow\;[A]\,?$$

Il semble plus avisé de lui substituer l'association "source déformante de la géométrie - écart à la trivialité des décompositions", que le produit vectoriel soit déformé ou non.

$$Champs\,en\,\frac{1}{||\mathbf{r}||^2}\;\Rightarrow\;{}_{[A]}\Phi(\mathbf{r})\;\rightarrow\;[P],\,\forall\,[A]$$

A moins qu'il existe une correspondance, une équivalence, permettant de faire correspondre un écart à la trivialité pour un produit vectoriel classique avec une déformation triviale d'un produit vectoriel déformé, puis de faire correspondre cet déformation avec une déformation de la géometrie...

$$\begin{array}{c}[A]\,=\,[J],\,Champs\,en\,\dfrac{1}{||\mathbf{r}||^2}\;\Rightarrow\;{}_{[J]}\Phi(\mathbf{r})\;\rightarrow\;[K]\;=\;[D]\\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\downarrow\qquad\quad\downarrow\\ \forall\,[A],\,Champs\,en\,\dfrac{1}{||\mathbf{r}||^2}\;\Rightarrow\;{}_{[A]}\Phi(\mathbf{r})\;\rightarrow\;[P]\end{array}$$

C'est exactement ce que permet de faire l'usage calibré de la méthode de décomposition extrinsèque. Soit en effet à comparer les parties principales obtenues par l'usage successif de deux méthodes différentes visant à décomposer non-trivialement un même produit vectoriel déformé :

$$[P(intrinsic)]\;=\;|A|\,.\,\{[A]^t\,.\,[J]\}\,.\,\{\frac{1}{2}\,.\,[Hess_{\mathbf{a}}\,\Lambda(\mathbf{a})]\;-\;|A|\,.\,{}_{[J]}\Phi({}_{\Lambda}\mathbf{s})\};\;|A|\;=\;\pm 1$$

et :

$$[P(extrinsic)]\;=\;{}_{[A]}\Phi(\mathbf{a})\;-\;\frac{1}{2}\,.\,[B]^{-1}\,.\,[Hess\;P_2(\mathbf{0})]$$

[3] Un mot inventé par moi dans le contexte de cette discussion et dont je ne suis pas certain qu'il apparaise dans le Larouuse.

Un scénario de jonction consiste à écrire à ce stade :

$$(a):\ {}_{[A]}\Phi(\mathbf{a}) \;=\; -\{[A]^t\,.\,[J]\}\,.\,{}_{[J]}\Phi({}_{\Lambda}\mathbf{s})$$

$$(b):\ [B]^{-1} \;=\; \alpha\,.\,[Hess_{\mathbf{a}}\;\Lambda(\mathbf{a})];\ \alpha \neq 0$$

$$(c):\ [Hess_{\mathbf{b}}\;P_2(\mathbf{0})] \;=\; \frac{|A|}{\alpha}\,.\{[A]^t\,.\,[J]\};\ |A| \;=\; \pm 1$$

2.5 Commentaires

- Au travers de la relation (a), et à cause de la propriété remarquable des champs étudiés dans cette sous-section (rappel : **a** = -**s**), ce scénario autorise une modification progressive de la décomposition triviale associée à des circonstances classiques pour le produit vectoriel.

$$Champs\,en\,\frac{1}{||\mathbf{r}||^2}:\ [J]\;\rightarrow\;[A]\;\Rightarrow\;{}_{[J]}\Phi(\mathbf{r})\;\rightarrow\;{}_{[A]}\Phi(\mathbf{r})\;=\;\{[A]^t\,.\,[J]\}\,.\,{}_{[J]}\Phi(\mathbf{r})$$

- Au travers de la relation (b), et grâce au travail précurseur trop souvent ignoré d'E. Cartan consigné dans [[04] ; p. 16, (V)],

$$[G]^{-1} \;=\; \frac{1}{2\,.\,g}\,.\,[Hess_{\mathbf{U}}\;L^2(\mathbf{X},\,\mathbf{U})];$$

  la forme bilinéaire représentée par la matrice [B] qui a été introduite dans la méthode extrinsèque peut s'interpréter comme l'inverse d'une métrique d'un espace de dimension trois bâtie sur l'évolution d'une surface L dont le carré sera décrit par la polynomiale Λ.

$$[G]^{-1} \;=\; \alpha\,.\,[Hess_{\mathbf{r}}\;\Lambda(\mathbf{r})];\ \alpha \neq 0$$

  Cette interprétation constitue la porte d'entrée vers une visualisation de cette théorie avec les outils modernes de l'informatique (ex : MATLAB). De plus, comme la Hessienne impliquée dans l'exemple analysé ici représente un moment quadrupolaire, cette visualisation pourra avoir un usage dans divers secteurs de la physique, par exemple en astronomie. Il restera à approfondir le lien :

$$\Lambda(\mathbf{r}) \;\Longleftrightarrow\; L^2(Cartan)$$

- La relation (c) attribue entièrement l'origine de la seconde Hessienne à la déformation [A]. A ce stade, il n'existe pas de lien clair entre la métrique [B] = [G] et la déformation.

3 Dans les espaces de dimension quatre

3.1 La loi de Lorentz-Einstein

La discussion menée dans cette sous-section s'effectue désormais dans un espace de dimension quatre. Une étude des forces auxquelles une particule électrique de charge q est soumise lorsqu'elle circule dans un champ électromagnétique (EM) commande habituellement d'écrire à cause de la seconde loi de Newton :

$$m\,.\,|\frac{d\mathbf{u}}{dt}> = q\,.\,[F^{\gamma}{}_{\alpha}]\,.\,|\mathbf{u}>$$

Cette relation décrit de quelle manière la présence du champ EM "transforme" le mouvement de la masse "m" chargée de la charge q (in extenso : quelle accélération elle subit). Le traitement relativiste de cette même problématique commande d'ajouter un terme lié à une éventuelle déformation de la géométrie locale.

$$m\,.\,\{|\frac{d\mathbf{u}}{dt} > +|\Gamma^{\gamma}_{\alpha\beta}\,.\,u^{\alpha}\,.\,u^{\beta} >\} \,=\, q\,.\,[F^{\gamma}{}_{\alpha}]\,.\,|\mathbf{u} >$$

Cette déformation dépend des symboles de Christoffel de la seconde espèce. Son formalisme a les trois propriétés remarquables suivantes :

1. Elle est un produit tensoriel déformé - par conséquent l'ensemble peut se lire comme un produit tensoriel déformé décomposé de manière non-triviale :

$$\exists\,([P],\,\mathbf{z}) \,=\, (q\,.\,[F^{\gamma}{}_{\alpha}],\, -m\,.\,\frac{d\mathbf{u}}{dt}) \in M(4,\,R)\,\times\,E(4,\,R)\;:$$

$$m\,.\,|\otimes_{\Gamma(2)}(\mathbf{u},\mathbf{u}) >=\,|_{\Gamma(2)}\Phi(\mathbf{u}).\,|\mathbf{u} >=\, q\,.\,[F^{\gamma}{}_{\alpha}]\,.\,|\mathbf{u} > \,-m\,.\,|\frac{d\mathbf{u}}{dt} >$$

2. Son addition à l'accélération classique fait du terme de gauche une dérivée totale covariante ;

3. Elle peut s'interpréter comme une interaction de la particule de masse m en déplacement à la vitesse $\mathbf{u}$ avec elle-même. Autrement dit elle est un terme de degré deux.

Enfin, si cette particule subit l'influence d'autres types de forces dénotées génériquement $\mathbf{f}$, alors :

$$m\,.\,\{|\frac{d\mathbf{u}}{dt} + \otimes_{\Gamma(2)}(\mathbf{u},\mathbf{u}) >\} \,=\, q\,.\,[F^{\gamma}{}_{\alpha}]\,.\,|\mathbf{u} > +|\mathbf{f} >$$

Ce qui ne modifie en rien la possibilité d'interpréter cette relation sous l'angle de la théorie des produits tensoriels déformés puis décomposés non trivialement.

3.2 Le lien entre vitesse des particules et variations de la géométrie

A l'époque de Newton comme à la notre, il est commun de lier les variations de la géométrie et les concentrations de masse ; autrement dit et pour parodier une phrase célèbre : "La matière dit à l'espace-temps comment il doit se déformer".

Pour autant, tout le monde le sait, la gravitation a un caractère universel et il n'est absolument pas besoin de disposer d'énergies colossales pour qu'elle existe. A vrai dire, et en se contentant de considérer les équations établies par A. Einstein dans [[02]], il suffit de disposer d'un tenseur impulsion-énergie pour s'attendre à en voir apparaitre les effets. Par exemple : les très faibles densités d'énergie cosmiques, en particulier entre le Soleil et la Terre, ne sont pas incompatibles avec l'existence de forces de gravitation entre ces deux corps massiques.

Ainsi, la masse des sources du champ n'est probablement pas le seul critère important dans une description correcte des effets gravitationnels auquels une particule est soumise.

Effectivement, comme le met parfaitement en exergue la version restreinte de la théorie de la relativité, la masse (d'une particule) dépend aussi beaucoup de sa vitesse relative [[05]]. Renforçant encore plus ce lien "masse/energie - vitesse", parmi toutes les formes possibles de tenseurs "impulsion-énergie", il y a en particulier celles décrivant les fluides parfaits [[06]].

3.3 Le cas d'une particule ayant une vitesse relative proche de zéro

Remarque 3.1. ***Le domaine d'application physique***

Ceci étant bien compris sur le plan du concept, je vais maintenant m'intéresser aux faibles vitesses relatives d'une charge électrique de masse non nulle se déplaçant dans un champ de gravitation en subissant l'effet d'une série de forces externes (dont je supposerai ici qu'elles ne dépendent en rien de la vitesse de la particule étudiée). A noter aussi ici : en thermodynamique, le fait de s'intéresser aux faibles vitesses relatives d'un ensemble de particules revient à se pencher sur le comportement de corps à basse température.

Remarque 3.2. ***Les équations***

La relation impliquant ces forces peut s'écrire :

$$\forall \mathbf{u} \sim \mathbf{0} \,:\, m\,.\,(\Gamma(\mathbf{u}))^\gamma \;=\; m\,.\,\frac{du^\gamma}{dt} \;=\; f^\gamma \;+\; Q\,.\,F^\gamma{}_\alpha\,.\,u^\alpha \;-\; m\,.\,\Gamma^\gamma_{\alpha\beta}\,.\,u^\alpha\,.\,u^\beta$$

Je décide d'interpréter cette relation comme la représentation d'un développement limitéde Mac Laurin à l'ordre deux inclus de la partie classique de l'accélération subie par la particule considérée :

$$\forall \mathbf{u} \sim \mathbf{0} \,:\, \Gamma(\mathbf{u})\,\text{-}\,\mathbf{0}(3) = \Gamma(\mathbf{u}=\mathbf{0}) + \frac{\partial\Gamma(\mathbf{u}=\mathbf{0})}{\partial u^\alpha}\,.\,u^\alpha + \frac{1}{2}\,.\,\frac{\partial^2\Gamma(\mathbf{u}=\mathbf{0})}{\partial u^\alpha \partial u^\beta}\,.\,u^\alpha\,.\,u^\beta$$

Cette interprétation est mathématiquement recevable chaque fois qu'il est possible de poser simultanément les trois relations suivantes :

$$\forall \mathbf{u} \sim \mathbf{0} : \left\{ \begin{array}{rcl} \mathbf{f} &=& m\,.\,\Gamma(\mathbf{u}=\mathbf{0}) \\ Q\,.\,F^\gamma{}_\alpha &=& m\,.\,\frac{\partial\Gamma^\gamma(\mathbf{u}=\mathbf{0})}{\partial u^\alpha} \\ \Gamma^\gamma_{\alpha\beta} &=& \frac{1}{2}\,.\,\frac{\partial^2\Gamma^\gamma(\mathbf{u}=\mathbf{0})}{\partial u^\alpha \partial u^\beta} \end{array} \right.$$

Remarque 3.3. ***La compatibilité avec les principes de la mécanique quantique***

Dans la manière d'analyser la loi dite de Lorentz-Einstein qui vient d'être proposée, il est implicitement supposé que l'accélération d'une particule matérielle chargée peut dépendre de sa vitesse.

$$\forall \mathbf{u} \sim \mathbf{0} \,:\, \Gamma \sim \Gamma(\mathbf{u})$$

Cette présentation est parfaitement acceptable du point de vue de la mécanique quantique puisque celle-ci est une théorie séparant fondamentalement positions et vitesses et faisant implicitement dépendre toutes les autres grandeurs physiques de ces deux là. Il n'y a donc rien d'original à introduire une dépendance vis-à-vis de la vitesse pour les champs d'accélération ; au moins sur le plan du principe.

Pour autant, l'expérience montre que certaines représentations des champs d'accélération (exemple : voir ci-dessus les champs newtoniens) dépendent clairement de la position relative entre la source et le récepteur. La logique voudrait donc que je propose d'écrire plus généralement :

$$\Gamma \;=\; \Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{u})$$

et que je considère la loi de Lorentz-Einstein, lorsqu'elle peut être interprétée comme un développement limité à l'ordre deux, comme la partie d'une loi plus générale décrivant les variations de cette loi encore inconnue relativement à la variable "vitesse".

Remarque 3.4. ***Les conséquences de la proposition d'interprétation***

Les conséquences de cette proposition se manisfestent à travers les trois relations ci-dessus. Je vais donc essayer d'en interpréter le sens et les conséquences. En ce qui concerne une interprétation immédiate de ces relations, je peux dire :

- Les forces extérieures peuvent s'identifier avec une formulation de la seconde loi de Newton qui aurait été faite à un moment où la particule étudiée n'aurait pas encore acquis de vitesse relative.
- La deuxième relation ci-dessus dit que tout champ électromagnétique génère en principe *un gradient d'accéleration* ; et inversement. Je vais d'ailleurs montrer un peu plus loin dans ce document que cette relation permet d'expliquer la supraconduction de type I ; la première à avoir été découverte, par Onnès en 1911 [[09]].
- Les symboles de Christoffel de la seconde espèce forment un cube qui se décline (à un facteur un demi près) localement en quatre Hessiennes classiques, une par composante de l'accélération.

Il s'agit bien entendu d'une proposition très originale d'interprétation de la loi de Lorentz-Einstein. Cette interprétation semble suggérer qu'une particule dont la vitesse varie (et donc qui subit des accélérations ou des décélérations) va constater les multiples effets de ces variations sur son espace-temps environnant. Le premier étant une polarisation (l'apparition d'un champ électromagnétique) ; le second une variation de la géométrie locale.

Remarque 3.5. ***Le lien avec la théorie des produits tensoriels déformés***

Je m'interroge aussi sur le fait de savoir si cette formulation de la loi de Lorentz-Einstein peut s'interpréter comme la signature de l'existence de quatre produits tensoriels déformés puis décomposés de manière non triviale. En effet, rien n'interdit de poser pour chaque valeur de γ (0, 1, 2, 3) :

$$\Lambda_\gamma(u^0, u^1, u^2, u^3) \,=\, m\,.\,(\Gamma(\mathbf{u}))^\gamma \,=\, m\,.\,\frac{du^\gamma}{dt} \,=\, f^\gamma + q\,.\,F^\gamma{}_\alpha\,.\,u^\alpha - m\,.\,\Gamma^\gamma_{\alpha\beta}\,.\,u^\alpha\,.\,u^\beta$$

Or chacune de ces quatre polynomiales de degré deux

- peut s'écrire sous la forme d'une polynomiale de degré deux dépendant des coordonnées spatiales de la vitesse de la particule étudiée :

$$\forall\gamma \,=\, 0,\,1,\,2,\,3\,:\,\exists\,\Lambda_\gamma(u^1, u^2, u^3)$$
$$=$$
$$\{f^\gamma + q\,.\,F^\gamma{}_0\,.\,u^0 - m\,.\,\Gamma^\gamma_{00}\,.\,(u^0)^2\} + \{q\,.\,F^\gamma{}_k - m\,.\,(\Gamma^\gamma_{0k} + \Gamma^\gamma_{k0})\,.\,u^0\}\,.\,u^k - m\,.\,\Gamma^\gamma_{kl}\,.\,u^k\,.\,u^l$$

- et peut s'interpréter comme la signature d'un produit vectoriel déformé puis décomposé de manière non triviale, tel que par exemple :

$$\forall\gamma \,=\, 0,\,1,\,2,\,3\,:\,|[\mathbf{u}\,,\,{}_\gamma\mathbf{b}]_{[A]}> = [{}_\gamma P]\,.\,|{}_\gamma\mathbf{b}> + |{}_\gamma\mathbf{z}>$$

Concrètement, chacune de ces quatre polynomiales est caractérisée par les coefficients :

$$\forall\gamma \,=\, 0,\,1,\,2,\,3\,:\,\left\{\begin{array}{c} {}_\gamma d_{kl} \,=\, -\,m\,.\,\Gamma^\gamma_{kl} \\ {}_\gamma d_k \,=\, q\,.\,F^\gamma{}_k \,-\, m\,.\,(\Gamma^\gamma_{0k} \,+\, \Gamma^\gamma_{k0})\,.\,u^0 \\ {}_\gamma d \,=\, f^\gamma \,+\, q\,.\,F^\gamma{}_0\,.\,u^0 \,-\, m\,.\,\Gamma^\gamma_{00}\,.\,(u^0)^2 \end{array}\right.$$

Elle n'est propre que si :

$$\frac{{}_{\gamma}\Delta}{2}$$
$$=$$
$$\frac{|{}_{\gamma}S_0|}{2}$$
$$=$$
$$m^3 \,.\, \{4 \,.\, \Gamma^{\gamma}_{11} \,.\, \Gamma^{\gamma}_{22} \,.\, \Gamma^{\gamma}_{33} \,+\, \Gamma^{\gamma}_{12} \,.\, \Gamma^{\gamma}_{23} \,.\, \Gamma^{\gamma}_{13} \,-\, \Gamma^{\gamma}_{11} \,.\, (\Gamma^{\gamma}_{23})^2 \,-\, \Gamma^{\gamma}_{22} \,.\, (\Gamma^{\gamma}_{13})^2 \,-\, \Gamma^{\gamma}_{33} \,.\, (\Gamma^{\gamma}_{12})^2\}$$
$$\neq$$
$$0,$$

Ce qui exige à la fois que la particule étudiée ait une masse non nulle et que certaines configurations géométriques soient évitées. Quand tel est le cas, alors la matrice $[{}_{\gamma}\mathrm{S}_0] = [{}_{\gamma}\mathrm{D}] + [{}_{\gamma}\mathrm{D}]^t$ qui est ici proportionnelle à la masse de la particule et fabriquée à partir des symboles de Christoffel de la seconde espèce devient inversible ; la polynomiale a alors un vecteur singulier :

$$|{}_{\gamma}\mathbf{s} >= -[{}_{\gamma}S_0]^{-1} \,.\, |{}_{\gamma}\mathbf{d}* >, \, avec \, : \, {}_{\gamma}\mathbf{d}* \, : \, ({}_{\gamma}d_1, \, {}_{\gamma}d_2, \, {}_{\gamma}d_3)$$

la partie principale intrinsèque existe et s'écrit :

$$[{}_{\gamma}P] \,=$$

Son déterminant vaut :

$$-|{}_{\gamma}P|$$
$$=$$
$$f^{\gamma} \,+\, q \,.\, F^{\gamma}{}_0 \,.\, u^0 \,-\, m \,.\, \Gamma^{\gamma}_{00} \,.\, (u^0)^2$$
$$=$$
$$-m \,.\, \{\Gamma^{\gamma}_{11} \,.\, ({}_{\gamma}s^1)^2 + \Gamma^{\gamma}_{22} \,.\, ({}_{\gamma}s^2)^2 + \Gamma^{\gamma}_{33} \,.\, ({}_{\gamma}s^3)^2 + \Gamma^{\gamma}_{12} \,.\, {}_{\gamma}s^1 \,.\, {}_{\gamma}s^2 + \Gamma^{\gamma}_{23} \,.\, {}_{\gamma}s^2 \,.\, {}_{\gamma}s^3 + \Gamma^{\gamma}_{13} \,.\, {}_{\gamma}s^1 \,.\, {}_{\gamma}s^3\}$$
$$+$$
$$\frac{{}_{\gamma}\Delta}{8}$$

3.4 Exemple du modèle FRW pour k = 0

L'élaboration de toute nouvelle théorie passe par l'analyse de ses limites classiques. En terme de géométrie, le classicisme passe par les espaces euclidiens en dimension trois et par l'approche de Minkowski en dimension quatre. Ainsi, dans les modèles cosmologiques isotropes ouverts, les situations limites sont représentées par un univers au rayon de courbure infini ; cet univers est donc plat et euclidien. Son élément de longueur admet la formulation [[12], p. 438, (113,10) ; en allemand] :

$$(ds)^2 \,=\, (c \,.\, dt)^2 \,-\, b^2(t) \,.\, [(dx)^2 \,+\, (dy)^2 \,+\, (dz)^2]$$

La cosmologie moderne se fonde essentiellement sur la métrique de Friedmann-Robertson-Walker (FRW) dont de très nombreuses formulations peuvent se trouver dans la littérature ; à commencer par [[13], p. 417 (6/11)], [[14], p. 3, (2)], [[15], p. 2, (1)]. Pour l'exercice qui suit, je choisis le formalisme donné dans les notes [[16], § 16, p. 229, (16.1) et (16.2)] parce que les symboles de Christoffel correspondant y figurent également et qu'ils y sont exprimés en coordonnées cartésiennes (ce qui est rare dans la littérature actuelle) :

$$k \,=\, 0, \, (ds)^2 \,=\, -(dt)^2 \,+\, a^2(t) \,.\, {}^{(3)}g_{ij} \,.\, dx^i \,.\, dx^j$$

Les symboles de Christoffel de la seconde espèce de ce cas limite s'écrivent :

$$^{(4)}\Gamma^{\gamma}_{00} = 0$$

$$^{(4)}\Gamma^{k}_{ij} = {}^{(4)}\Gamma^{k}_{ji} = {}^{(3)}\Gamma^{k}_{ij} = {}^{(3)}\Gamma^{k}_{ji}$$

$$^{(4)}\Gamma^{i}_{0j} = \Gamma^{i}_{j0} = \frac{\dot{a}}{a} \, . \, \delta^{i}_{j} \, ; \, a \neq 0, \, \dot{a} = \frac{da}{dt}$$

$$^{(4)}\Gamma^{0}_{ij} = a \, . \, \dot{a} \, . \, {}^{(3)}g_{ij}$$

Tous les autres sont nuls.

Pour me rapprocher encore plus de l'euclidianité, je vais faire deux hypothèses supplémentaires : (i) la métrique spatiale est identitaire, [G] = Id_3 et (ii) elle est invariante; je vais donc travailler avec :

$$^{(4)}\Gamma^{\gamma}_{00} = 0$$

$$^{(4)}\Gamma^{k}_{ij} = {}^{(4)}\Gamma^{k}_{ji} = {}^{(3)}\Gamma^{k}_{ij} = {}^{(3)}\Gamma^{k}_{ji} = 0$$

$$^{(4)}\Gamma^{i}_{0j} = \Gamma^{i}_{j0} = \frac{\dot{a}}{a} \, . \, \delta^{i}_{j} \, ; \, a \neq 0, \, \dot{a} = \frac{da}{dt}$$

$$^{(4)}\Gamma^{0}_{ij} = a \, . \, \dot{a} \, . \, \delta^{i}_{j}$$

Tous les autres symboles de Christoffel étant nuls.

La démarche expliquée ci-dessus fait alors apparaitre quatre polynomiales de degré *a priori* égal à deux exprimées en fonction des coordonnées spatiales de la vitesse de la particule étudiée :

$$\forall \gamma = 0, 1, 2, 3 : \exists \, \Lambda_{\gamma}(u^1, u^2, u^3)$$

$$=$$

$$\{f^{\gamma} + q \, . \, F^{\gamma}{}_{0} \, . \, u^0\} + \{q \, . \, F^{\gamma}{}_{k} - 2 \, . \, m \, . \, \Gamma^{\gamma}_{0k} \, . \, u^0\} \, . \, u^k - m \, . \, \Gamma^{\gamma}_{kl} \, . \, u^k \, . \, u^l$$

En détail, pour la valeur nulle de l'indice gamma, il vient :

$$\exists \, \Lambda_0(u^1, u^2, u^3)$$

$$=$$

$$\{f^0 + q \, . \, F^0{}_0 \, . \, u^0\} + q \, . \, F^0{}_k \, . \, u^k - m \, . \, a \, . \, \dot{a} \, . \, (\mathbf{u})^2$$

C'est bien une forme polynomiale de degré deux ; en revanche, pour les valeurs p = 1, 2, 3 :

$$\exists \, \Lambda_p(u^1, u^2, u^3)$$

$$=$$

$$\{f^p + q \, . \, F^p{}_0 \, . \, u^0 - m \, . \, \Gamma^p_{00} \, . \, (u^0)^2\} + \{q \, . \, F^p{}_k - m \, . \, (\Gamma^p_{0k} + \Gamma^p_{k0}) . \, u^0\} \, . \, u^k - m \, . \, \Gamma^p_{kl} \, . \, u^k \, . \, u^l$$

$$=$$

$$\{f^p + q \, . \, F^p{}_0 \, . \, u^0\} + \{q \, . \, F^p{}_k - 2m \, . \, \frac{\dot{a}}{a} \, . \, u^0 \, . \, \delta^p_k\} \, . \, u^k$$

C'est une forme linéaire ; donc de degré un. Comme je l'ai expliqué dans [4], ceci ne veut pas dire que cette forme ne correspond pas à l'existence d'une décomposition, éventuellement non-triviale, des produits vectoriels déformés du type suivant :

$$\forall p = 1, 2, 3 : |[\mathbf{u} \, , \, {}_p\mathbf{b}]_{[A]} >= [{}_pP] \, . \, |_p\mathbf{b} > + |_p\mathbf{z} >$$

Cela veut seulement dire que les noyaux de ces décompositions ne sont pas de type I.

Remarque 3.6. ***Méthode intrinsèque et métrique FLRW pour k = 0***

La matrice des coefficients de degré deux de la polynomiale de degré deux associée avec la composante temporelle de la LLE est diagonale :

$$[{}_0S_0] \,=\, [Hess_{\mathbf{u}}\, {}_0\Lambda(\mathbf{u})] \,=\, -2\,.\,a\,.\,\dot{a}\,.\,m\,.\,Id_3 \,=\, -X\,.\,Id_3$$

La méthode intrinsèque, lorsqu'elle est utilisée avec la métrique FLRW pour k = 0 dans les circonstances quasi-euclidiennes précisées au paragraphe précédent, ne peut livrer des noyaux de type I que pour la composante temporelle de la loi de Lorentz-Einstein et uniquement si :

$${}_0\Delta \,=\, |{}_0S_0| \,=\, -(2\,.\,a\,.\,\dot{a}\,.\,m)^3 \,=\, -X^3 \neq 0,$$

Cette exigence n'est pas réalisée quand la masse est nulle, ou quand le coefficient non nul a(t) est constant dans le temps. Dans tous les autres cas :

$$[S_0]^{-1} \,=\, -\frac{1}{2\,.\,a\,.\,\dot{a}\,.\,m}\,.\,Id_3 \,=\, -\frac{1}{X}\,.\,Id_3,\; X \,\neq\, 0$$

Comme par ailleurs, dans les circonstances de cette discussion (voir aussi [[12] ; § 23 p. 73, (23,5)] pour les conventions d'écriture concernant le champ électromagnétique) :

$${}_0\mathbf{d}^* \,:\, q\,.\,(F^0{}_1,\, F^0{}_2,\, F^0{}_3) \,=\, q\,.\,g^{00}.(E_x,\, E_y,\, E_z) \,:\, q\,.\,g^{00}\,.\,{}^{(3)}\mathbf{E}^*$$

J'en déduis aussi :

$$|_{{}_0\Lambda}\mathbf{s} >=\, -[S_0]^{-1}\,.\,|_0\mathbf{d}^* >=\, \frac{q\,.\,g^{00}}{2\,.\,a\,.\,\dot{a}\,.\,m}\,.\,|^{(3)}\mathbf{E}^* >$$

et, finalement :

$$[{}_0P]_{|A|} \,=\, -[A]^t\,.\,[J]\,.\,\{\; |A|\,.\,a\,.\,\dot{a}\,.\,m\,.\,Id_3 \,+\, \frac{q\,.\,g^{00}}{2\,.\,a\,.\,\dot{a}\,.\,m}\,.\,{}_{[J]}\Phi({}^{(3)}\mathbf{E}^*)\}\,;\; |A| \,=\, \pm 1$$

devrait être la partie principale impliquée dans la décomposition type :

$$|[{}^{(3)}\mathbf{u}\,,\, {}_0\mathbf{b}]_{[A]} >=\, [{}_0P]_{|A|}\,.\,|_0\mathbf{b} > +\,|_0\mathbf{z} >$$

La théorie fournit deux moyens de calculer son déterminant : (i) grâce au dixième coefficient de la polynomiale de degré deux et (ii) grâce au calcul direct ; il en résulte en particulier ici [4] :

$$-|{}_0P| \,=\, f^0 \,=\, -\frac{X}{2}\,.\,\{\frac{X^2}{4} \,+\, \frac{q^2\,.\,(g^{00})^2}{X^2}\,.\,({}^{(3)}\mathbf{E}^*)^2\}\,;\, X \,=\, a\,.\,\dot{a}\,.\,m \neq\, 0$$

Je remarque au passage que ce déterminant : (i) vaut la composante temporelle de la force extérieure appliquée ; (ii) est en général un polynôme de degré quatre en X.

$$X^4 \,+\, 8\,.\,f^0\,.\,X \,+\, 8\,.\,q^2\,.\,(g^{00})^2\,.\,({}^{(3)}\mathbf{E}^*)^2 \,=\, 0$$

Commentaires:
En absence de champ électrique, seule la force extérieure appliquée détermine les racines. En absence de force extérieure appliquée, la force électrique détermine les solutions. L'analyse de cet exemple devrait bien entendu être poussée plus loin. Pour l'heure, l'exemple n'a qu'une visée pédagogique. Il est là pour montrer comment les résultats acquis dans [2] et [4] pourraient servir à analyser la loi de

[4] parce que $F^0{}_0 = g^{00}\,.\,F_{00} + g^{0p}\,.\,F_{p0} = g^{00}\,.\,0 + 0\,.\,F_{p0} = 0$

Lorentz-Einstein plus à fond. Ici, il cherche à concilier trois idées dans une même étude : (i) une charge électrique de masse non nulle se déplace dans un espace temps vide dont la métrique serait celle de RW pour k = 0 avec une partie spatiale quasi-euclidienne, (ii) en respectant la loi de Lorentz-Einstein qui (iii) est interprétée comme un développement limité de Mac Laurin. Ce contexte part du double a priori raisonnable selon lequel (i) il existe des champs électromagnétiques dans le vide (polarisation minime intrinsèque ou rayonnement cosmique résiduel) et (ii) que cette particule peut subir l'action d'une force extérieure ayant une autre explication que ces champs ; il pourrait en l'occurence s'agir des forces expansionniste apparemment à l'oeuvre dans notre univers.

3.5 Un lien inattendu avec la supraconduction de type I

Remarque 3.7. ***Extension de l'interprétation de la loi de Lorentz-Einstein***

La sous-section précédente propose d'interpréter la loi de Lorentz-Einstein comme un développement limité à l'ordre deux inclus. Concernant cette proposition, je remarque l'insuffisance consistant à ne considérer un tel développement qu'autour d'une vitesse moyenne nulle. Il y a deux raisons au moins à cette ambiguité : (i) les phénomènes relativistes n'existent a priori pas aux petites vitesses et (ii) une grande majorité des particules étudiées actuellement (par exemple dans les accélérateurs) se déplacent à des vitesses proches de c dans le vide. J'ai donc fortement tendance à penser qu'une identification avec des développements limités n'ont de sens que pour les référentiels se déplaçant à de grandes vitesses coincidant avec la vitesse moyenne de référence, $<$V(t)$>$, caractérisant un milieu ou un volume donné mais dans lesquels les particules étudiées présentent seulement de faibles variations, **u**, par rapport à cette moyenne.

$$\forall \mathbf{u} \sim < \mathbf{c}(t) > = \mathbf{V} \,:\, \Gamma(\mathbf{V}+\mathbf{u}) \text{-} \mathbf{0}(3) \;=\; \Gamma(\mathbf{V}) + \frac{\partial \Gamma(\mathbf{V})}{\partial u^\alpha} \,.\, u^\alpha + \frac{1}{2} \,.\, \frac{\partial^2 \Gamma(\mathbf{V})}{\partial u^\alpha \partial u^\beta} \,.\, u^\alpha \,.\, u^\beta$$

$$\forall t \,:\, c \geq < \mathbf{V}(t), \mathbf{V}(t) >_{[G(t)]} = V(t)$$

Cette nouvelle proposition peut s'appliquer sans retenue pour n'importe quel milieu matériel non strictement vide ; donc en particulier dans l'espace-temps de notre cosmologie. C'est l'argument à cause duquel je vais accepter de l'examiner. Dans ce cas, une comparaison avec la formulation habituelle de la loi de Lorentz-Einstein est possible à condition d'écrire simultanément les trois relations suivantes :

$$\forall \mathbf{u} \sim \mathbf{V} \,:\, \begin{cases} \mathbf{f} \,=\, m \,.\, \Gamma(\mathbf{V}) \\ q \,.\, F^\gamma{}_\alpha \,=\, m \,.\, \frac{\partial \Gamma^\gamma(\mathbf{V})}{\partial u^\alpha} \\ \Gamma^\gamma_{\alpha\beta} \,=\, \frac{1}{2} \,.\, \frac{\partial^2 \Gamma^\gamma(\mathbf{V})}{\partial u^\alpha \partial u^\beta} \end{cases}$$

Dans cette reformulation de la proposition initiale d'identification (LLE = développement limité), la vitesse de propagation moyenne de la particule étudiée joue le rôle du zéro et la notion de propagation directionnelle a été subrepticement introduite à travers l'usage d'un quadri-vecteur. Il est probable que ce soit un des points de faiblesse de cette hypothèse de travail en ce sens que, pour tenir compte des circonstances réelles de l'expérience, il faudra trouver un moyen technique d'intégrer la notion de diffusion non directionnelle des particules. En ce qui concerne une interprétation immédiate de ces relations, je peux dire :

1. Les forces extérieures peuvent s'identifier avec une formulation de la seconde loi de Newton qui aurait été faite à un moment où la particule étudiée n'aurait pas encore acquis de vitesse relative par rapport à la vitesse moyenne instantannée à un instant t.

2. La deuxième relation ci-dessus dit que tout champ électromagnétique génère en principe *un gradient d'accéleration* ; et inversement. Je vais montrer que cette relation permet d'expliquer la supraconduction de type I.

   Proposition 3.1. —

   Lorsque la géométrie est de Minkowski avec signature (+ - - -), la deuxième relation de cohérence exigée par l'interprétation donnée à la loi de Lorentz-Einstein, à savoir :

$$q\,.\,F^{\gamma}{}_{\alpha} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^{\gamma}(\mathbf{V})}{\partial u^{\alpha}}$$

   permet d'aboutir aux trois relations spatiales suivantes :

$$q\,.\,{}_{[J]}\Phi(\mathbf{H}) \,=\, m\,.\,T(o)(\partial_{\mathbf{u}},\boldsymbol{\Gamma})$$

$$div_{\mathbf{u}}(\boldsymbol{\Gamma}) \,=\, \frac{\partial\Gamma^1}{\partial u^1} \,+\, \frac{\partial\Gamma^2}{\partial u^2} \,+\, \frac{\partial\Gamma^3}{\partial u^3} \,=\, 0$$

$$2\,.\,q\,.\,\mathbf{H} \,=\, m\,.\,\mathbf{Rot}_{\mathbf{u}}(\boldsymbol{\Gamma})$$

   Interprétations Pour bien comprendre le sens de ces relations, il convient de se souvenir que les dérivations partielles y apparaissant se font toutes par rapport aux composantes spatiales de la vitesse de la particule étudiée (et non pas par rapport aux composantes spatiales de sa position) ; autrement dit : les dérivations partielles ont lieu dans l'espace des vitesses. Ceci étant précisé, ces équations disent que :

   - Un champ d'accélération qui ne dépend pas de la vitesse de la particule ne génère pas de champ magnétique ;
   - Les champs d'accélération auxquels sont soumis les particules dans le cadre de l'interprétation proposée pour la loi de Lorentz-Einstein ont une *divergence cinétique* nulle ;
   - Les champs d'accélération irrotationnels ne génèrent pas de champ magnétique.

   Démonstration Je me concentre sur la partie spatiale de la relation :

$$q\,.\,F^1{}_1 \,=\, q\,.\,\{g^{10}\,.\,F_{01} \,+\, g^{11}\,.\,F_{11} \,+\, g^{12}\,.\,F_{21} \,+\, g^{13}\,.\,F_{31}\} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^1(\mathbf{V})}{\partial u^1}$$

$$q\,.\,F^1{}_2 \,=\, q\,.\,\{g^{10}\,.\,F_{02} \,+\, g^{11}\,.\,F_{12} \,+\, g^{12}\,.\,F_{22} \,+\, g^{13}\,.\,F_{32}\} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^1(\mathbf{V})}{\partial u^2}$$

$$q\,.\,F^1{}_3 \,=\, q\,.\,\{g^{10}\,.\,F_{03} \,+\, g^{11}\,.\,F_{13} \,+\, g^{12}\,.\,F_{23} \,+\, g^{13}\,.\,F_{33}\} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^1(\mathbf{V})}{\partial u^3}$$

$$q\,.\,F^2{}_1 \,=\, q\,.\,\{g^{20}\,.\,F_{01} \,+\, g^{21}\,.\,F_{11} \,+\, g^{22}\,.\,F_{21} \,+\, g^{23}\,.\,F_{31}\} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^2(\mathbf{V})}{\partial u^1}$$

$$q\,.\,F^2{}_2 \,=\, q\,.\,\{g^{20}\,.\,F_{02} \,+\, g^{21}\,.\,F_{12} \,+\, g^{22}\,.\,F_{22} \,+\, g^{23}\,.\,F_{32}\} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^2(\mathbf{V})}{\partial u^2}$$

$$q\,.\,F^2{}_3 \,=\, q\,.\,\{g^{20}\,.\,F_{03} \,+\, g^{21}\,.\,F_{13} \,+\, g^{22}\,.\,F_{23} \,+\, g^{23}\,.\,F_{33}\} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^2(\mathbf{V})}{\partial u^3}$$

$$q\,.\,F^3{}_1 \,=\, q\,.\,\{g^{30}\,.\,F_{01} \,+\, g^{31}\,.\,F_{11} \,+\, g^{32}\,.\,F_{21} \,+\, g^{33}\,.\,F_{31}\} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^3(\mathbf{V})}{\partial u^1}$$

$$q\,.\,F^3{}_2 \,=\, q\,.\,\{g^{30}\,.\,F_{02} \,+\, g^{31}\,.\,F_{12} \,+\, g^{32}\,.\,F_{22} \,+\, g^{33}\,.\,F_{32}\} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^3(\mathbf{V})}{\partial u^2}$$

$$q\,.\,F^3{}_3 \,=\, q\,.\,\{g^{30}\,.\,F_{03} \,+\, g^{31}\,.\,F_{13} \,+\, g^{32}\,.\,F_{23} \,+\, g^{33}\,.\,F_{33}\} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^3(\mathbf{V})}{\partial u^3}$$

A la limite de Minkowski :

$$q\,.\,F^1{}_1 \,=\, q\,.\,\{\eta^{10}\,.\,F_{01} \,+\, \eta^{11}\,.\,F_{11} \,+\, \eta^{12}\,.\,F_{21} \,+\, \eta^{13}\,.\,F_{31}\} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^1(\mathbf{V})}{\partial u^1}$$

$$q\,.\,F^1{}_2 \,=\, q\,.\,\{\eta^{10}\,.\,F_{02} \,+\, \eta^{11}\,.\,F_{12} \,+\, \eta^{12}\,.\,F_{22} \,+\, \eta^{13}\,.\,F_{32}\} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^1(\mathbf{V})}{\partial u^2}$$

$$q\,.\,F^1{}_3 \,=\, q\,.\,\{\eta^{10}\,.\,F_{03} \,+\, \eta^{11}\,.\,F_{13} \,+\, \eta^{12}\,.\,F_{23} \,+\, \eta^{13}\,.\,F_{33}\} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^1(\mathbf{V})}{\partial u^3}$$

$$q\,.\,F^2{}_1 \,=\, q\,.\,\{\eta^{20}\,.\,F_{01} \,+\, \eta^{21}\,.\,F_{11} \,+\, \eta^{22}\,.\,F_{21} \,+\, \eta^{23}\,.\,F_{31}\} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^2(\mathbf{V})}{\partial u^1}$$

$$q\,.\,F^2{}_2 \,=\, q\,.\,\{\eta^{20}\,.\,F_{02} \,+\, \eta^{21}\,.\,F_{12} \,+\, \eta^{22}\,.\,F_{22} \,+\, \eta^{23}\,.\,F_{32}\} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^2(\mathbf{V})}{\partial u^2}$$

$$q\,.\,F^2{}_3 \,=\, q\,.\,\{\eta^{20}\,.\,F_{03} \,+\, \eta^{21}\,.\,F_{13} \,+\, \eta^{22}\,.\,F_{23} \,+\, \eta^{23}\,.\,F_{33}\} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^2(\mathbf{V})}{\partial u^3}$$

$$q\,.\,F^3{}_1 \,=\, q\,.\,\{\eta^{30}\,.\,F_{01} \,+\, \eta^{31}\,.\,F_{11} \,+\, \eta^{32}\,.\,F_{21} \,+\, \eta^{33}\,.\,F_{31}\} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^3(\mathbf{V})}{\partial u^1}$$

$$q\,.\,F^3{}_2 \,=\, q\,.\,\{\eta^{30}\,.\,F_{02} \,+\, \eta^{31}\,.\,F_{12} \,+\, \eta^{32}\,.\,F_{22} \,+\, \eta^{33}\,.\,F_{32}\} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^3(\mathbf{V})}{\partial u^2}$$

$$q\,.\,F^3{}_3 \,=\, q\,.\,\{\eta^{30}\,.\,F_{03} \,+\, \eta^{31}\,.\,F_{13} \,+\, \eta^{32}\,.\,F_{23} \,+\, \eta^{33}\,.\,F_{33}\} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^3(\mathbf{V})}{\partial u^3}$$

Concrètement il reste alors :

$$q\,.\,F^1{}_1 \,=\, q\,.\,\{0\,.\,E_1 \,-\, 1\,.\,0 \,+\, 0\,.\,H_3 \,-\, 0\,.\,H_2\} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^1(\mathbf{V})}{\partial u^1}$$

$$q\,.\,F^1{}_2 \,=\, q\,.\,\{0\,.\,E_2 \,+\, 1\,.\,H_3 \,+\, 0\,.\,0 \,-\, 0\,.\,H_1\} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^1(\mathbf{V})}{\partial u^2}$$

$$q\,.\,F^1{}_3 \,=\, q\,.\,\{0\,.\,E_3 \,-\, 1\,.\,H_2 \,+\, 0\,.\,H_1 \,+\, 0\,.\,0\} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^1(\mathbf{V})}{\partial u^3}$$

$$q\,.\,F^2{}_1 \,=\, q\,.\,\{0\,.\,E_1 \,+\, 0\,.\,0 \,-\, 1\,.\,H_3 \,+\, 0\,.\,H_2\} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^2(\mathbf{V})}{\partial u^1}$$

$$q\,.\,F^2{}_2 \,=\, q\,.\,\{0\,.\,E_2 \,+\, 0\,.\,H_3 \,-\, 1\,.\,0 \,+\, 0\,.\,H_1\} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^2(\mathbf{V})}{\partial u^2}$$

$$q\,.\,F^2{}_3 \,=\, q\,.\,\{0\,.\,E_3 \,+\, 0\,.\,H_2 \,+\, (-1)\,.\,(-H_1) \,+\, 0\,.\,0\} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^2(\mathbf{V})}{\partial u^3}$$

$$q\,.\,F^3{}_1 \,=\, q\,.\,\{0\,.\,E_1 \,+\, 0\,.\,0 \,+\, 0\,.\,H_3 \,+\, (-1)\,.\,(-H_2)\} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^3(\mathbf{V})}{\partial u^1}$$

$$q\,.\,F^3{}_2 \,=\, q\,.\,\{0\,.\,E_2 \,+\, 0\,.\,H_3 \,+\, 0\,.\,0 \,+\, (-1)\,.\,H_1\} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^3(\mathbf{V})}{\partial u^2}$$

$$q\,.\,F^3{}_3 \,=\, q\,.\,\{0\,.\,E_3 \,+\, 0\,.\,H_2 \,+\, 0\,.\,H_1 \,+\, (-1)\,.\,0\} \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^3(\mathbf{V})}{\partial u^3}$$

Soit encore :

$$q\,.\,F^1{}_1 \,=\, 0 \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^1(\mathbf{V})}{\partial u^1}$$

$$q\,.\,F^1{}_2 \,=\, q\,.\,H_3 \,=\, m\,.\,\frac{\partial\Gamma^1(\mathbf{V})}{\partial u^2}$$

$$q \, . \, F^1{}_3 \;=\; -q \, . \, H_2 \;=\; m \, . \, \frac{\partial \Gamma^1(\mathbf{V})}{\partial u^3}$$

$$q \, . \, F^2{}_1 \;=\; -q \, . \, H_3 \;=\; m \, . \, \frac{\partial \Gamma^2(\mathbf{V})}{\partial u^1}$$

$$q \, . \, F^2{}_2 \;=\; 0 \;=\; m \, . \, \frac{\partial \Gamma^2(\mathbf{V})}{\partial u^2}$$

$$q \, . \, F^2{}_3 \;=\; q \, . \, H_1 \;=\; m \, . \, \frac{\partial \Gamma^2(\mathbf{V})}{\partial u^3}$$

$$q \, . \, F^3{}_1 \;=\; q \, . \, H_2 \;=\; m \, . \, \frac{\partial \Gamma^3(\mathbf{V})}{\partial u^1}$$

$$q \, . \, F^3{}_2 \;=\; -q \, . \, H_1 \;=\; m \, . \, \frac{\partial \Gamma^3(\mathbf{V})}{\partial u^2}$$

$$q \, . \, F^3{}_3 \;=\; 0 \;=\; m \, . \, \frac{\partial \Gamma^3(\mathbf{V})}{\partial u^3}$$

Tous ces résultats se laissent résumer sous la forme matricielle suivante :

$$q \, . \, {}_{[J]}\Phi(\mathbf{H}) \;=\; -m \, . \, T(o)(\partial_{\mathbf{u}}, \mathbf{\Gamma})$$

et :

$$div_{\mathbf{u}}(\mathbf{\Gamma}) \;=\; \frac{\partial \Gamma^1}{\partial u^1} + \frac{\partial \Gamma^2}{\partial u^2} + \frac{\partial \Gamma^3}{\partial u^3} \;=\; 0$$

Je déduis la troisième de la première en considérant les matrices transposées ; en effet :

$$-\, q \, . \, {}_{[J]}\Phi^t(\mathbf{H}) \,+\, q \, . \, {}_{[J]}\Phi(\mathbf{H}) \;=\; m \, . \, T^t(o)(\partial_{\mathbf{u}}, \mathbf{\Gamma}) \,-\, m \, . \, T(o)(\partial_{\mathbf{u}}, \mathbf{\Gamma})$$

$$\downarrow$$

$$2 \, . \, q \, . \, {}_{[J]}\Phi(\mathbf{H}) \;=\; m \, . \, {}_{[J]}\Phi(\mathbf{Rot_u}(\mathbf{\Gamma}))$$

$$\downarrow$$

$$2 \, . \, q \, . \, \mathbf{H} \;=\; m \, . \, \mathbf{Rot_u}(\mathbf{\Gamma})$$

Il en suit le :

Lemme 3.1. ***de la supraconduction de type I***

L'identification de la loi de Lorentz-Einstein avec un développement limité de Taylor Mac-Laurin autour de la vitesse directionnelle moyenne de propagation d'un flux de particules permet d'aboutir à trois relations physiques fondamentales et caractéristiques de ce genre de flux lorsque la géométrie devient celle de Minkowski.

Proposition 3.2. *Il existe un lien entre ces nouvelles relations et l'effet Meissner Ochsenfeld.*

L'effet Meissner-Ochsenfeld accompagnant la supraconduction de type I se manifeste par l'évacuation des champs magnétiques de l'échantillon devenu supraconducteur [[11] ; § 1.2, pp. 10-11]. Je propose d'examiner la question de savoir s'il existe un lien logique entre mes nouvelles équations et le dit effet. En fait, les lois de London (qui décrivent les supraconducteurs de de type I) disent que le courant spatial (i.e.: tridimensionnel, en bleu) de supraconduction est approximativement proportionnel au champ électrique [[10]; p. 41, (1-23)] :

$$\mathbf{J} \sim \mathbf{E}$$

Une dérivation partielle par rapport au temps fournit alors :

$$\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} \sim \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

A droite de cette égalité approximative il vient, à cause des équations de Maxwell dans le vide [11] :

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mathbf{Rot_r(H)}$$

A gauche de cette égalité approximative, à cause de la relation proposée par Lorenz :

$$\mathbf{J} \sim \mathbf{u}$$

et une dérivation partielle par rapport au temps fournit :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t}$$

Je peux donc en déduire :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \sim \mathbf{Rot_r(H)}$$

Traditionnellement :

$${}^{(4)}\mathbf{u} = {}^{(4)}\mathbf{u}(\mathbf{r}) = {}^{(4)}\mathbf{u}(x^0 = c\,.\,t,\, x^1,\, x^2,\, x^3) = {}^{(4)}\mathbf{u}(t,\, \mathbf{r}) \,:\, (u^0\,,\, \mathbf{u})$$

et, en supposant que c est une constante universelle, il vient :

$$\Gamma({}^{(4)}\mathbf{u}(\mathbf{r}))$$
$$=$$
$$\frac{d^{(4)}\mathbf{u}}{dt}$$
$$=$$
$$\frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{r})}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{r})}{\partial x^1}\,.\,\frac{dx^1}{dt} + \frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{r})}{\partial x^2}\,.\,\frac{dx^2}{dt} + \frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{r})}{\partial x^3}\,.\,\frac{dx^3}{dt} + \mathbf{0}(2)$$
$$\downarrow$$
$$\Gamma({}^{(4)}\mathbf{u}(\mathbf{r})) = \frac{\partial^{(4)}\mathbf{u}(\mathbf{r})}{\partial t} + \sum_{i=1,2,3} \frac{\partial^{(4)}\mathbf{u}(\mathbf{r})}{\partial x^i}\,.\,u^i + \mathbf{0}(2)$$

De ces écritures conventionnelles, je déduis que, si la quadri-vitesse d'une particule ne varie pas en fonction de l'endroit où elle est mesurée [5], alors (i) cette vitesse ne peut varier qu'au cours du temps :

$$\forall i = 1, 2, 3 \,:\, \frac{\partial^{(4)}\mathbf{u}(\mathbf{r})}{\partial x^i} = 0 \Rightarrow \Gamma({}^{(4)}\mathbf{u}(\mathbf{r})) = \frac{\partial^{(4)}\mathbf{u}(\mathbf{r})}{\partial t} \,:\, (\frac{\partial u^0}{\partial t}\,,\, \frac{\partial^{(3)}\mathbf{u}}{\partial t})$$

et (ii) elle doit varier partout de la même intensité dans tout l'espace au même moment pour qu'à l'instant qui succède à cette variation l'expérimentateur retrouve à nouveau une vitesse identique dans tout l'espace.

$$\forall^{(3)}\mathbf{r} \,:\, c(t,\, {}^{(3)}\mathbf{r}) = c(t) \rightarrow c(t + \delta t,\, {}^{(3)}\mathbf{r}) = c(t + \delta t)$$

[5] L'expérience de Morley et Michelson [[05]] a montré que pour des observateurs mesurant la vitesse de propagation de la lumière -donc des photons- dans un référentiel inertiel, cette vitesse ne variait pas d'un point à l'autre de l'espace.

Dans ces conditions très précises, qui contiennent en fait et en particulier celles de la relativité restreinte (le cas du photon dans le vide dont la vitesse c(t) ne varie pas au cours du temps ; ou dont les varitions moyennes au cours du temps sont nulles lorsqu'il est tenu compte de l'incertitude sur les mesures de cette vitesse), les lois de London fournissent :

$$\forall i = 1,2,3 : \frac{\partial^{(4)}\mathbf{u}(\mathbf{r})}{\partial x^i} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$(\Gamma^0 , {}^{(3)}\Gamma) : \Gamma({}^{(4)}\mathbf{u}(\mathbf{r})) = \frac{\partial^{(4)}\mathbf{u}(\mathbf{r})}{\partial t} : (\frac{\partial u^0}{\partial t} , \mathbf{Rot_r}(\mathbf{H}))$$

J'en déduis que l'union de ces conventions et des lois de London suggère un lien de dépendance étroit entre certains champs magnétiques et les champs d'accélération spatiaux. Bien que très restrictives par rapport à l'ensemble de tous les possibles, ces conditions autorisent à tester les trois relations fondamentales proposées dans mon approche (cf. ci-dessus). Par exemple, la troisième relation permet d'aboutir à:

$$2 . q . \mathbf{H} = m . \mathbf{Rot_u}(\mathbf{Rot_r}(\mathbf{H}))$$

Tenter de confronter les lois bien établies de London avec la proposition d'interprétation de la loi de Lorentz-Einstein dans une géométrie voisine de celle de Minkowski, c'est promouvoir l'idée d'un lien profond entre les flux supraconducteurs de type I et l'équation maîtresse du mouvement en relativité générale.

L'explication classique de la supraconduction de type I repose sur l'idée que l'abaissement de température tend à figer le mouvement des noyaux atomiques et donc fluidifie la circulation des électrons périphériques de ces atomes.

Mais je peux aussi, grâce à un seul exemple, démontrer le lien plausible entre l'approche présentée ici et l'effet Meissner-Ochsenfeld tel qu'il est illustré avec l'équation [[10] ; p. 36, (1-16)]. En effet, puisque je suis en train d'étudier l'écoulement directionnel d'un flux de particules autour d'un axe moyen et d'une vitesse de propagation moyenne, je peux, de manière réaliste, écrire que la vitesse moyenne de propagation spatiale des électrons supraconducteurs est colinéaire à l'axe unique figurant leurs mouvements ; autrement dit :

$$\forall\, t,\ \exists\, k : \mathbf{u} = k . \mathbf{r}$$

De sorte que la relation obtenue ci-dessus devient :

$$2 . q . \mathbf{H} = m . \mathbf{Rot}_{(k\,.\,\mathbf{r})}(\mathbf{Rot_r}(\mathbf{H}))$$

soit encore, pour chaque composante spatiale :

$$\forall\, i = 1,2,3 : 2 . q . (\mathbf{H})^i = m . (\mathbf{Rot}_{(k\,.\,\mathbf{r})}(\mathbf{Rot_r}(\mathbf{H})))^i$$

Comme j'ai pris soin au cours de la démarche explicitée ci-dessus de me placer dans des conditions géométriques simples proches d'une géométrie euclidienne de dimension trois, je peux continuer ici avec :

$$\forall\, i = 1,2,3 : 2 . q . H^i = \frac{m}{k} . \{\{\mathbf{Grad_r} div_\mathbf{r}(\mathbf{H})\}^i - \Delta H^i\}$$

Où le Delta représente le Laplacien de la fonction scalaire placée à sa droite; ici : la ième composante du champ magnétique local. Je peux dire que, par approximation, les électrons supraconducteurs se déplacent dans des espaces atomiques quasiment vides. La divergence de ce champ magnétique local peut donc être négligée en première intention ; j'en déduis :

$$\forall i = 1,2,3 : 2.q.H^i = -\frac{m}{k}.\Delta H^i$$

L'effet Meissner-Ochsenfeld tel qu'il est illustré dans [[10] ; p. 36, (1-16)] est décrit par la relation :

$$\forall i = 1,2,3 : H^i = \frac{1}{\lambda^2}.\Delta H^i$$

où lambda représente la longueur de pénétration dite de London ; voir [[10] ; p. 37].

Théorème 3.1. ***De la supraconduction de type I pour les charges négatives***

Quand la loi de Lorentz Einstein (LLE) peut s'interpréter comme un développement de Taylor-Mac Laurin limité à l'ordre deux d'une fonction vectorielle dépendant de la vitesse de propagation d'une particule matérielle de masse m et de charge électrique q, il est possible d'en déduire trois relations nouvelles pour la physique fondamentale (cf. le lemme ci-dessus).

Quand on fait l'hypothèse de croire que le flux particulaire se déplace dans des espaces intersticiels inter-atomiques quasiment vide rapportables a une géométrie de Minkowski, alors la seconde de ces relations fondamentales, permet de retrouver la relation décrivant l'effet Meissner-Ochsenfeld proposée dans [[10] ; p. 36, (1-16)] à condition de poser :

$$-\frac{m}{2.k.q} = \frac{1}{\lambda^2}$$

Dans ces conditions, lorsque la charge considérée est un électron (q = -e), le champ magnétique obéit localement* à l'équation générique (voir [[10] ; p. 37, (1-18)]), soit :

$$H(r) = H(0).exp^{-\frac{r}{\lambda}} = H(0).exp^{-\sqrt{\frac{m}{2.k.e}}.r}$$

Discussion * Toutes ces relations ne sont vraies que :

- très localement et à la condition explicite que la géométrie de Minkowski soit au rendez-vous de proche en proche au fur et à mesure de la propagation des électrons. Ce qui n'est pas a priori gagné d'avance dans un contexte inter-atomique instable.
- lorsque la vitesse relative des électrons vis-à-vis de leur vitesse moyenne d'écoulement est suffisemment faible pour qu'un développement de Taylor Mac-Laurin fasse mathématiquement sens.

3. Les symboles de Christoffel de la seconde espèce forment un cube qui se décline (à un facteur un demi près) localement en quatre Hessiennes classiques, une par composante de l'accélération.

Proposition 3.3. ***Photons polarisés comme analogues aux paires d'électrons de Cooper***

La démarche exposée ici est fondée sur l'idée intuitive selon laquelle les particules électriques se "propagent" naturellement dans le vide inter-atomique qu'on suppose analogue au vide cosmique dont on sait que la température actuelle est proche de 3 degrés Kelvin et qu'elle suffit à rendre supraconducteur une énorme proportion de matériaux.

Autrement dit, avec ces idées, on pourrait aussi défendre l'argument selon lequel les photons dont on sait qu'ils sont leurs propres anti-particules, qu'ils peuvent être polarisés et qu'on pourrait considérer comme une forme "limite" de matériaux, constituent des analogues naturels aux paires d'électrons de Cooper. Ils devraient donc pouvoir naturellement porter la propriété de supraconduction avec eux.

3.6 Conclusion

Dans ce document j'ai exploré quelques propriétés remarquables de certaines familles de champs de gravitation : (i) Dans les espaces de dimension trois, la famille des champs de force présentant une dépendance a l'inverse du carré de la distance qui sépare une particule de la source ; voir Sect.2. (ii) dans les espaces de dimension quatre, les situations dans lesquelles la loi du mouvement des charges électriques est la loi de Lorentz-Einstein ; voir Sect.3.

La Sect.2 a mis en exergue l'intérêt d'étudier les produits vectoriels déformés puis décomposés non trivialement du type suivant :

$$\exists\,([P],\,\mathbf{z})\,\in\,M(3,\,R)\,\times\,E(3,\,R)\,:\,|[\mathbf{r},\mathbf{b}]_{[A]}>=\,|_{[A]}\Phi(\mathbf{r}).\,|\mathbf{b}>=\,[P].\,|\mathbf{b}>\,+|\mathbf{z}>$$

Les Sous-sect.2.2 et 2.3 montrent que dans les zones de l'espace soumises à des champs (électriques, de gravitation, ...) présentant une dépendance en $1/\mathrm{r}^2$, la position spatiale de la particule étudiée coincide toujours avec le vecteur singulier de la polynomiale de degré deux associée avec la décomposition précédente.

Cette coincidence déclenche une discussion sur la question de la déformation des espaces, Sous-sect.2.4, et éclaire la confrontation entre les décompositions obtenues par la méthode intrinsèque puis par la méthode extrinsèque pour ces produits vectoriels déformés là de manière spécifique ; Sous-sect.2.5. En particulier, elle assure la possibilité de déformations continues et elle permet l'introduction naturelle des travaux d'E. Cartan sur les métriques induites par les surfaces en évolution [[04]] dans cette discussion. C'était son objectif affiché Sous-sect.2.1 ; il permet de positionner la théorie de la question (E) sur les starting-blocks de la visualisation via les outils informatiques modernes. Je laisse ce travail aux étudiants qui éprouveront du plaisir à le faire.

La Sec.3 considère la LLE sous l'angle de la théorie des produits tensoriels déformés et examine des circonstances autorisant à l'interpréter comme un développement limité de Taylor à l'ordre deux ; Sous-sect.3.3. Elle teste cette hypothèse sur les métriques de FLRW ; Sous-sect.3.4 et suggère indirectement en cours de route que les masses des particules ne peuvent prendre que certaines valeurs. Poursuivant chemin, elle scrute un flux de particules ayant une vitesse moyenne mais et aussi de petits écarts par rapport à celle-ci dans des conditions limites assimilables à celles qu'on rencontre dans les régions vides de l'espace-temps rapportées à une géométrie de Minkowski. Elle fait le pari de pouvoir comparer ces régions aux régions interstitielles interatomiques et retrouve de cette façon la loi de London menant à la prédiction de l'effet Meissner ; Sous-sect.3.5.

3.7 Contributions personnelles

1. PERIAT, Thierry : Aspects mathématiques de la théorie des produits tensoriels déformés, ISBN 978-2-36923-028-1, EAN 9782369230281, 25 octobre 2019.
2. PERIAT, Thierry : Décompositions intrinsèques des produits vectoriels déformés, ISBN 978-2-36923-036-6 / EAN 9782369230366, 14 août 2018.
3. PERIAT, Thierry : The extrinsic method, ISBN 978-2-36923-092-2 / EAN 9782369230922.
4. PERIAT, T: : Théorie quantique des champs appliquée aux produits vectoriels déformés, ISBN 978-2-36923-151-6, EAN 9782369231516, v3, 12 février 2020.

4 Bibliographie

References

[01] Newton, I. : Philosophiae naturalis principia mathematica, Londres, 1687.

[02] Einstein, A. : Die Grundlage der allgemeinen Relativitaetstheorie; Annalen der Physik, vierte Folge, Band 49, (1916), N 7.

[03] Carlip, S.: Quantum Gravity in 2 + 1 Dimensions; Cambridge monographs on mathematical physics (Cambridge University Press), 276 pages.

[04] Cartan, E.: Les espaces métriques fondés sur la notion de d'aire ; "Actualités scientifiques et industrielles", numéro 72, exposés de géométrie publiés sous la direction de monsieur Elie Cartan, membre de l'institut et professeur à la Sorbonne; Hermann et Cie, éditeurs, Paris, 1933, 46 pages (partie centrale de l'exposé).

[05] Lennuier, R., Gal, P.-Y., Perrin, D. : Mécanique des particules, champs; collection U, ©librairie Armand Colin, Paris 1970, 363 pages.

[06] Lichnerowicz, A. : Théories relativistes de la gravitation et de l'électromagnétisme ; collection d'ouvrage à l'usage des physiciens publiée sous la direction de G. Darmois et A. Lichnerowicz. ©1955, Masson et Cie, éditeurs.

[07] Mathématiques, Bordas encyclopédie en 23 volumes, 50/51, ©Bordas Editeurs, Paris, 1972, –pages.

[09] Introduction aux supraconducteurs et Phénoménologie des réseaux de vortex, Laboratoire CRISMAT, UMR 6508 CNRS, Caen, octobre 2005.

[10] Supraleitung: Werner Buckel, Reinhold Kleiner; Grundlagen und Anwendungen; 6. Vollständige überarbeitete und erweiterte Auflage, ©2004; Lehrbuch Physik, Wiley-VCH Verlag GmbH und C. KGaG, ISBN 978-3-527-40348-6.

[11] Ancrage des vortex dans les supraconducteurs ; Ann. Phys. Fr. **25**, Numéro 4, 2000.

[12] Landau, L. D. und Lifschitz, E.M.: Lehrbuch der theoretischen Physik, Band II: Klassische Feldtheorie; Akademische Verlag, Berlin (1992), 480 pages.

[13] Arthur Geoffrey walker. 17 July 1909 - 31 March 2001, elected in 1955; Biographical memoirs of fellows of the Royal Society, 2006, **52**, doi: 10.1098/rsbm.2006.0028, published 1 December 2006.

[14] The cosmological constant; arXiv:astro-ph/0004075v2, 08 April 2000.

[15] Physical Basis for the Symmetries in the Friedmann–Robertson–Walker Metric; arXiv:1601.04991v2 [physics.gen-ph], 7 March 2016.

[16] Lecture note on general relativiy; http://www.blau.itp.unibe.ch/Lecturenotes.html, 15 December 2011.