

©PERIAT, T. : La cosmologie et les équations de Navier-Stokes, ISBN 978-2-36923-071-7, EAN 9782369230717, v1, 3 octobre 2020

Mots clés : Cosmologie; équations de Navier-Stokes; loi de Lorentz dans sa version covariante.

Table des matières

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Cosmologie. | 1 |
| 1.1 | La grande toile intergalactique. | 1 |
| 1.2 | Les filaments intergalactiques. | 3 |
| 2 | Les équations de Navier-Stokes en cosmologie. | 5 |
| 2.1 | Motivations. | 5 |
| 2.2 | Les équations de Navier-Stokes | 6 |
| 2.3 | Les instabilités de Taylor. | 11 |
| 3 | Conclusion | 11 |
| 4 | Bibliographie | 11 |
| 4.1 | Articles | 11 |
| 4.2 | Livres | 12 |
| 4.3 | Contributions personnelles | 12 |
| | french | |

1 Cosmologie.

1.1 La grande toile intergalactique.

La raison pour laquelle la structure intergalactique se laisse comparer à une gigantesque toile d'araignée ou à une sorte de mousse polymérique se découvre au travers de l'observation de l'image ci-dessous :



FIGURE 1 – Crédit : <https://www.tng-project.org/media>

Remarque 1.1. *Le cas d'une simple corde filiforme élastique.*

Soit une corde filiforme de longueur initiale L , de densité linéaire $\rho(x)$, soumise (i) à une force de rappel horizontale $|T(x)|$ à chacune de ses deux extrémités et (ii) à une accélération notée $g(x)$ qui pourrait en particulier être l'expression de la gravitation terrestre; voir Fig.2. J'ai démontré dans [[b]] que la forme de cette corde respecte la relation :

$$\forall x \in [0, L] : \frac{f''(x)}{\sqrt{1 + f'^2(x)}} = \frac{\rho(x) \cdot g(x)}{T(x)} \quad (1)$$

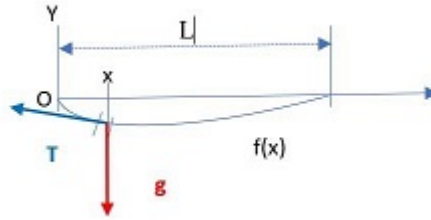


FIGURE 2 – Corde classique soumise à une force de gravitation et à une force de rappel.

Ici, ' et '' désignent les dérivations ordinaires du premier et du second ordre par rapport à l'abscisse x. Le but ultime de cette démarche est évidemment de découvrir le formalisme exact de f(x). Il peut être obtenu par intégrations successives parce que, par bonheur, il est connu que [[B1] ; p. 175] :

$$\text{Arcsh}f'(x) = \text{Log}\{f'(x) + \sqrt{1 + f'^2(x)}\} \quad (2)$$

et il est facile de vérifier que :

$$(\text{Arcsh}f'(x))' = \frac{d\text{Arcsh}f'(x)}{dx} = \frac{f''(x)}{\sqrt{1 + f'^2(x)}} = \frac{\rho(x) \cdot g(x)}{T(x)} \quad (3)$$

Comme conséquence immédiate, dans le cas simple où ρ , g and T sont des invariants :

$$\text{Arcsh}f'(x) = \frac{\rho \cdot g}{T} \cdot x + cte \quad (4)$$

D'où il est aisé de déduire :

$$\text{sh}\{\text{Arcsh}f'(x)\} = f'(x) = \text{sh}\left\{\frac{\rho \cdot g}{T} \cdot x\right\} + cte(bis) \quad (5)$$

De sorte que cette corde idéale devrait avoir approximativement la forme :

$$f(x) = \frac{T}{\rho \cdot g} \cdot \text{ch}\left\{\frac{\rho \cdot g}{T} \cdot x\right\} + cte(bis) \cdot x + cte(ter) \quad (6)$$

Le but ne sera définitivement atteint qu'en ayant tenu compte des conditions aux limites de la corde, en $x = 0$ et $x = L$; par convention, puisque j'avais considéré une corde fixée à deux points situés à la même hauteur :

$$f(0) = f(L) = 0 \quad (7)$$

La première condition, $f(0) = 0$, impose :

$$0 = \frac{T}{\rho \cdot g} + cte(ter) \quad (8)$$

Et fournit donc :

$$f(x) = \frac{T}{\rho \cdot g} \cdot \{\cosh\left(\frac{\rho \cdot g}{T} \cdot x\right) - 1\} + cte(bis) \cdot x \quad (9)$$

La seconde condition, $f(L) = 0$, mène à poser :

$$f(L) = \frac{T}{\rho \cdot g} \cdot \{\cosh\left(\frac{\rho \cdot g}{T} \cdot L\right) - 1\} + cte(bis) \cdot L = 0 \quad (10)$$

et fournit l'autre constante recherchée :

$$cte(bis) = -\frac{T}{\rho \cdot g \cdot L} \cdot \{cosh(\frac{\rho \cdot g}{T} \cdot L) - 1\} \quad (11)$$

Elle peut être réinjectée dans l'Equ.(9) et livre ainsi :

$$f(x) = \frac{T}{\rho \cdot g} \cdot \{cosh(\frac{\rho \cdot g}{T} \cdot x) - 1\} - \frac{T}{\rho \cdot g \cdot L} \cdot \{cosh(\frac{\rho \cdot g}{T} \cdot L) - 1\} \cdot x$$

Pour simplifier un peu l'écriture, j'introduis ici le ratio physique σ entre la *poide linéaire* et la *tension linéaire* :

$$\sigma = \frac{\rho \cdot g \cdot L}{T} \quad (12)$$

Ainsi, la solution au problème posé est du genre :

$$f(x) = \frac{L}{\sigma} \cdot cosh(\frac{\sigma \cdot x}{L}) - \frac{cosh(\sigma) - 1}{\sigma} \cdot x - \frac{L}{\sigma} \quad (13)$$

Un développement de Taylor - Mac Laurin autour de $x = 0$ pour une valeur donnée de σ permet de parvenir à l'approximation :

$$f(x) \sim \frac{\sigma}{2 \cdot L} \cdot x^2 - \frac{cosh(\sigma) - 1}{\sigma} \cdot x + 0(3) \quad (14)$$

1.2 Les filaments intergalactiques.

La raison pour laquelle un zoom sur les détails de cette structure donne envie de comparer chaque filament intergalactique avec une énorme corde élastique quasi-cylindrique peut également s'induire de la Fig.3 ci-dessous :

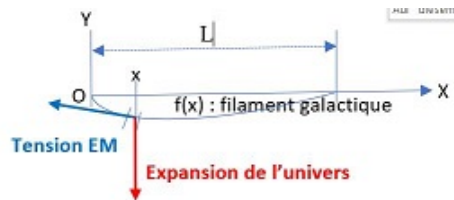


FIGURE 3 – Interprétation des filaments galactiques avec l'image de la corde élastique tendue.

Je tente de promouvoir cette interprétation de la répartition des énergies présentes dans le cosmos depuis de nombreuses années; comme en témoignent mes travaux [[a]; en anglais] et [[b]]. Le premier comporte plusieurs parties dont une démontrant l'extraordinaire adéquation entre l'image de la corde cylindrique élastique et l'équation d'état des régions vides de notre univers. Le second redécouvre l'équation de la forme d'une corde élastique linéaire tendue entre deux points fixes mais soumise à l'action d'une force perpendiculaire à sa forme initiale (voir Rem.1.1 ci-dessus).

Remarque 1.2. *Intuition.*

Je vais commencer par justifier la plausibilité d'une comparaison entre le modèle de la corde élastique et le comportement présumé des filaments inter-galactiques (*synonyme : cordes cosmiques*).

1. L'idée selon laquelle les régions vides se comportent comme une sorte insolite de fluide parfait n'est pas récente et on en trouve des traces remontant au moins à 1955 dans [[B2]].

2. En observant la Fig.1 il peut naître l'intuition que l'univers est une superposition de bulles de ce fluide insolite à la surface desquelles la matière se répartit en formant un réseau de cordes cosmiques.

De là à imaginer que l'expansion observée de l'univers se traduit par une dilatation simultanée de l'ensemble des bulles pour des raisons qui échappent encore à notre sagacité, il n'y a qu'un modeste pas intellectuel à faire.

Cette idée intuitive étant admise, la simultanéité des forces d'expansion doit avoir une tendance naturelle à comprimer et à allonger les zones séparant les bulles, puis à former un réseau filamentaire. Excepté le fait important que ces filaments doivent préférentiellement se visualiser comme des cylindres et non comme des fils sans épaisseur, il devient envisageable de comparer une coupe centrale de chacun d'eux avec un échantillon plat subissant une élongation pouvant aller jusqu'au cisaillement à cause de fortes compressions latérales.

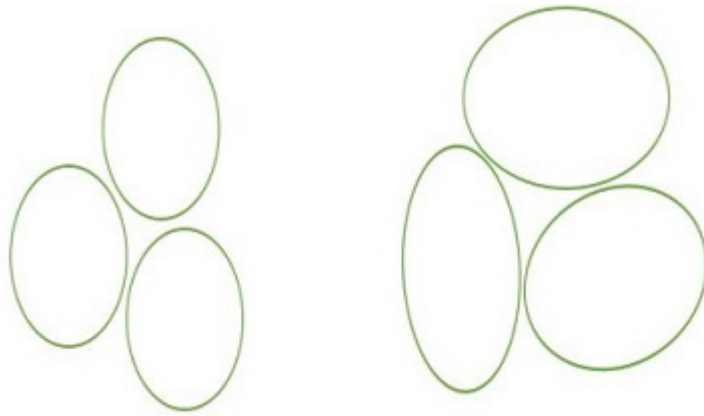


FIGURE 4 – Bulles se dilatant et conséquence sur les filaments : naissance d'un réseau de type neuronal.

A noter qu'avec cette vision du cosmos, la gravitation peut se concevoir comme un phénomène induit et non pas comme une donnée fondamentale. La compression écrase les filaments et force la matière (ou l'énergie) à se concentrer au sein des interstices et des noeuds du réseau. Elle peut aussi aboutir, pourquoi pas, à la coalescence de deux bulles.

Ceci ayant été écrit, il est clair que cette vision intuitive de la cosmologie doit maintenant être confrontée avec le paradigme actuel : le modèle cosmologique standard - encore noté Λ CDM.

Remarque 1.3. *Positionnement par rapport au modèle cosmologique standard.*

Le modèle actuel contient des zones dites *en tension* avec les observations faites comme le rappelle justement l'article [[01]]. Ces imperfections justifient le développement de thèses alternatives ; parmi elles : celles proposant l'existence de cordes cosmiques. Le travail [[02]] résume avec brio et à des fins pédagogiques la manière dont le sujet est actuellement traité.

A ce stade de l'exposé de ma compréhension de ce concept, je ne suis pas encore en mesure de faire la jonction avec son traitement académique. Il me semble

que je le relie inconsciemment à l'existence de forces macroscopiques (l'expansion et les diffusions de courants électromagnétiques tels qu'ils peuvent exister y compris dans le vide de Maxwell) alors que les thèses actuelles fondent l'existence des cordes dans la structure topologique des régions vides de notre univers. Il n'est pas certain que les deux approches se contredisent ; pour autant, les outils permettant de les connecter manquent encore.

2 Les équations de Navier-Stokes en cosmologie.

2.1 Motivations.

J'avance plusieurs arguments me semblant être en faveur de l'étude du contenu des filaments intergalactiques à l'aide de la dynamique des fluides :

1. Même les régions vides respectant les lois de Maxwell peuvent être le siège de courants de forces de nature électromagnétique (EM). Je l'ai clairement prouvé dans [[c] ; pp. 6-9] en obtenant la densité volumique (tridimensionnelle) de force suivante à partir (i) des seules lois de l'électromagnétisme classique et (ii) de l'usage de la version la plus basique du concept de produit vectoriel décomposé :

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \tau} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} = \epsilon_0 \cdot T_2(o)(\partial_{\mathbf{x}}, \mathbf{E}) + \frac{1}{\mu_0} \cdot T_2(o)(\partial_{\mathbf{x}}, \mathbf{H}) + \frac{\partial \mathbf{rot} \mathbf{X}}{\partial t}, \forall \mathbf{X} \quad (15)$$

Ce résultat, très classique dans son essence, fonde l'existence d'une sorte de tension linéaire \mathbf{T} au sein des filaments intergalactiques [[c] ; p. 9, (38)] et permet ainsi d'assurer la jonction avec le concept de corde élastique classique (voir la Rem.1.1 du début de ce document) :

$$\mathbf{T} = S \cdot \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \tau} \quad (16)$$

Il permet également de retrouver l'équation d'état des régions vides ; voir la fin du document [c].

2. Les outils techniques pour généraliser les résultats obtenus dans [c] existent puisque (i) les équations de Maxwell pour des régions non vides sont connues et que (ii) le problème de Cauchy pour les équations dif. d'un fluide visqueux, compressible et conducteur de la chaleur, a déjà été traité depuis fort longtemps (1962) dans [[03]] par le célèbre mathématicien et prix Nobel américain J. Nash, au demeurant mieux connu pour sa théorie sur les jeux.

Je note au passage que, de prim'abord, son travail semble se distinguer de celui de Madane Fourès-Bruhat paru quelques années plus tôt (1953) dans [[04]] et se focalisant sur l'analyse des équations hyperboliques non-linéaires du second degré, type équation de propagation des ondes du genre Klein-Gordon.

Le premier se concentre sur l'évolution d'un fluide visqueux tandis que le second s'intéresse à la propagation d'ondes massiques. Il est légitime de se poser la question de savoir laquelle des deux approches décrit au mieux les contenus des filaments intergalactiques. Sachant que ces derniers forment un réseau neuronal dans les noyaux duquel les galaxies s'amassent pendant que des galaxies plus isolées en ponctuent les dendrites, l'approche de J. Nash semble plus séduisante. C'est la raison pour laquelle je vais me pencher à nouveau sur les équations de Navier-Stokes.

2.2 Les équations de Navier-Stockes

Ces équations que j'abrègerai désormais par les initiales ENS ont pour formulation condensée (pour $i = 1, 2, 3$) [[05]] :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \cdot u_1 + \frac{\partial u_i}{\partial x_2} \cdot u_2 + \frac{\partial u_i}{\partial x_3} \cdot u_3 - \nu \cdot \left[\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_3^2} \right] = f_i(x, t) - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x_i}$$

La densité volumique du fluide (ρ) a été réintroduite; ici : p désigne une pression et \mathbf{f} représente n'importe quelle force extérieure (en Newton / kg) agissant sur le fluide. Ces trois relations s'écrivent in extenso :

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \cdot u_1 + \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \cdot u_2 + \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \cdot u_3 - \nu \cdot \left[\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2} \right] = f_1(x, t) - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x_1}$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \cdot u_1 + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \cdot u_2 + \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \cdot u_3 - \nu \cdot \left[\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_3^2} \right] = f_2(x, t) - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x_2}$$

$$\frac{\partial u_3}{\partial t} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \cdot u_1 + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \cdot u_2 + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \cdot u_3 - \nu \cdot \left[\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} \right] = f_3(x, t) - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x_3}$$

Chacune des trois composantes des équations de Navier Stockes est une équation différentielle du second degré écrite en fonction de la composante correspondante de la vitesse de la particule étudiée.

Proposition 2.1. *Grâce à une transcription ad hoc, les équations de Navier-Stockes permettent de mettre en évidence trois produits tensoriels déformés et décomposés non-trivialement.*

Preuve - Soit le changement de variables suivant (la convention d'Einstein sur les indices répétés s'applique) :

$$\forall i = 1, 2, 3 : u_i(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = {}_i c_{\alpha\beta} \cdot \xi_\alpha \cdot \xi_\beta + {}_i c_\alpha \cdot \xi_\alpha + {}_i c$$

Hypothèse 1, dans une première approche, je supposerai que les coef. ne dépendent pas des composantes du vecteur ξ ; il en résulte que :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_k} = {}_i c_{\alpha\beta} \cdot \left(\frac{\partial \xi_\alpha}{\partial x_k} \cdot \xi_\beta + \xi_\alpha \cdot \frac{\partial \xi_\beta}{\partial x_k} \right) + {}_i c_\alpha \cdot \frac{\partial \xi_\alpha}{\partial x_k}$$

et :

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k^2} = {}_i c_{\alpha\beta} \cdot \left(\frac{\partial^2 \xi_\alpha}{\partial x_k^2} \cdot \xi_\beta + 2 \cdot \frac{\partial \xi_\alpha}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial \xi_\beta}{\partial x_k} + \xi_\alpha \cdot \frac{\partial^2 \xi_\beta}{\partial x_k^2} \right) + {}_i c_\alpha \cdot \frac{\partial^2 \xi_\alpha}{\partial x_k^2}$$

Par conséquent, pour chaque composante $i (= 1, 2, 3)$:

$$\begin{aligned} & f_i(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial u_i}{\partial t} \\ & = \\ & \sum_k \left\{ {}_i c_{\alpha\beta} \cdot \left(\frac{\partial \xi_\alpha}{\partial x_k} \cdot \xi_\beta + \xi_\alpha \cdot \frac{\partial \xi_\beta}{\partial x_k} \right) + {}_i c_\alpha \cdot \frac{\partial \xi_\alpha}{\partial x_k} \right\} \cdot ({}_k c_{\alpha\beta} \cdot \xi_\alpha \cdot \xi_\beta + {}_k c_\alpha \cdot \xi_\alpha + {}_k c) \\ & - \\ & \nu \cdot \sum_k \left({}_i c_{\alpha\beta} \cdot \left(\frac{\partial^2 \xi_\alpha}{\partial x_k^2} \cdot \xi_\beta + 2 \cdot \frac{\partial \xi_\alpha}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial \xi_\beta}{\partial x_k} + \xi_\alpha \cdot \frac{\partial^2 \xi_\beta}{\partial x_k^2} \right) + {}_i c_\alpha \cdot \frac{\partial^2 \xi_\alpha}{\partial x_k^2} \right) \end{aligned}$$

Hypothèse 2, toujours au sein de cette première approche, je restreinds ma curiosité à ce qui se passe quand la nouvelle variable vectorielle -le vecteur ξ - tend à s'annuler, voire s'annule sans que les dérivées partielles successives de ses composantes s'annulent ; il vient :

$$\begin{aligned}\xi &= \mathbf{0}; \quad \frac{\partial \xi_\alpha}{\partial x_k} \neq 0; \quad \frac{\partial^2 \xi_\alpha}{\partial^2 x_k} \neq 0 \\ u_k &= {}_k c \leftrightarrow {}^{(3)}\mathbf{u} = {}^{(3)}\mathbf{c} \\ \frac{\partial u_i}{\partial x_k} &= {}_i c_\alpha \cdot \frac{\partial \xi_\alpha}{\partial x_k} \\ \frac{\partial^2 u_i}{\partial^2 x_k} &= 2 \cdot {}_i c_{\alpha\beta} \cdot \frac{\partial \xi_\alpha}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial \xi_\beta}{\partial x_k} + {}_i c_\alpha \cdot \frac{\partial^2 \xi_\alpha}{\partial^2 x_k}\end{aligned}$$

L'injection de ces données restreintes fournit alors pour chaque composante i ($= 1, 2, 3$) :

$$f_i(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial u_i}{\partial t} = \sum_k ({}_k c \cdot {}_i c_\alpha \cdot \frac{\partial \xi_\alpha}{\partial x_k}) - \nu \cdot \sum_k (2 \cdot {}_i c_{\alpha\beta} \cdot \frac{\partial \xi_\alpha}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial \xi_\beta}{\partial x_k} + {}_i c_\alpha \cdot \frac{\partial^2 \xi_\alpha}{\partial^2 x_k})$$

Remarque 2.1. Conventions d'écriture et conséquences formelles.

Dans chacune des trois équations précédentes ($i = 1, 2, 3$), les trois vecteurs suivants ($k = 1, 2, 3$) apparaissent :

$$\left| \frac{\partial \xi}{\partial x_k} \right\rangle = \left\langle \begin{array}{c} \frac{\partial \xi_1}{\partial x_k} \\ \frac{\partial \xi_2}{\partial x_k} \\ \frac{\partial \xi_3}{\partial x_k} \end{array} \right\rangle$$

Ainsi que les deux fois trois vecteurs, respectivement pour $i = 1, 2, 3$ et $\alpha = 1, 2, 3$:

$$|{}_i \mathbf{c}\rangle = \left\langle \begin{array}{c} {}_i c_1 \\ {}_i c_2 \\ {}_i c_3 \end{array} \right\rangle; \quad |{}_{\mathbf{c}_\alpha}\rangle = \left\langle \begin{array}{c} 1 c_\alpha \\ 2 c_\alpha \\ 3 c_\alpha \end{array} \right\rangle$$

Soit C , le cube des ${}_i c_{\alpha\beta}$; il permet de définir les trois produits tensoriels déformés ($k = 1, 2, 3$) :

$$\otimes_C \left(\frac{\partial \xi}{\partial x_k}, \frac{\partial \xi}{\partial x_k} \right) = {}_i c_{\alpha\beta} \cdot \frac{\partial \xi_\alpha}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial \xi_\beta}{\partial x_k} \cdot \mathbf{e}_i$$

Chaque composante des ENS se laisse décomposer en trois parties (une pour chaque valeur de k) et le formalisme de chacune de ces parties évoque irrésistiblement le formalisme type de la version covariante de la loi de Lorentz, mais dans une déclinaison tridimensionnelle de celle-ci. De sorte que pour chaque valeur donnée de k ($= 1, 2, 3$), il existe une force spatiale :

$$|({}_k \mathbf{F})^i\rangle = |{}_k c \cdot {}_i c_\alpha \cdot \frac{\partial \xi_\alpha}{\partial x_k} - \nu \cdot (2 \cdot {}_i c_{\alpha\beta} \cdot \frac{\partial \xi_\alpha}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial \xi_\beta}{\partial x_k} + {}_i c_\alpha \cdot \frac{\partial^2 \xi_\alpha}{\partial^2 x_k})\rangle$$

La prise en compte globale des trois composantes de cette force ($i = 1, 2, 3$) permet de proposer (Cette fois-ci, il n'y a pas de somme sur k et le coef. ${}_k c$ a seulement un rôle de pondération.) :

$$|{}_k \mathbf{F}\rangle = {}_k c \cdot [{}_i c_\alpha] \cdot \left| \frac{\partial \xi}{\partial x_k} \right\rangle - 2 \cdot \nu \cdot \otimes_C \left(\frac{\partial \xi}{\partial x_k}, \frac{\partial \xi}{\partial x_k} \right) - \nu \cdot [{}_i c_\alpha] \cdot \left| \frac{\partial^2 \xi}{\partial^2 x_k} \right\rangle$$

La prise en compte globale des trois forces permet de proposer :

$$\left| \mathbf{f} - \frac{1}{\rho} \cdot \mathbf{Grad}_{\mathbf{x}} p - \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right\rangle = \sum_k |{}_k \mathbf{F}\rangle$$

□

Théorème 2.1. Equations de Navier-Stockes et trinité de forces

Le changement de variables décrit par l'hypothèse 1 ($\mathbf{u} \rightarrow \xi$; Equ.(-)) met en évidence le fait que, dans le cadre de l'hypothèse 2 ($\mathbf{u} = \mathbf{c}$; Equ.(-)), il existe un référentiel dans lequel les équations de Navier-Stockes décrivent toujours une somme de trois forces. Il se trouve que chacune d'elles implique un produit tensoriel déformé par un unique cube C et l'une des dérivées partielles d'ordre un du vecteur ξ .

Remarque 2.2. Caractérisation du changement de variables.

Du seul point de vue des mathématiques, il est un fait indéniable que, dans les conditions attachées à ces deux hypothèses 1 et 2, le changement de variables est caractérisé par : (i) un vecteur de $E(3, R)$ qui se confond avec la vitesse spatiale de la particule étudiée, $\mathbf{c} = \mathbf{u}$; (ii) une matrice $[{}_i c_\alpha] = [C]$ qui est un élément de $M(3, R)$ et (iii) un cube réel C de type (3-3-3).

Il serait intéressant de mieux caractériser physiquement le nouveau référentiel dans lequel les ENS prennent ce formalisme particulier mettant finalement en exergue l'existence sous-jacente de trois particules. Les raisons poussant inconsciemment à cet approfondissement tirent leurs racines dans un certain nombre de faits physiques n'ayant pas encore trouvé d'explication rationnelle : (i) pourquoi y a-t-il trois générations énergétiques dans certaines familles de particules (exemple type : les électrons) ; (ii) pourquoi y a-t-il des familles de particules présentant, tel Hermes, trois visages (exemple type : les neutrinos) ?

Dans le cadre des hypothèses 1 et 2, il apparait que les composantes de la vitesse spatiale exprimée dans le premier référentiel (celui dans lequel les ENS ont été écrites historiquement) coïncident avec les coef de degré zéro de la polynomiale de degré deux exprimant ces mêmes composantes dans ce nouveau référentiel en fonction de celles de la nouvelle variable vectorielle ξ . Que peut-il en être déduit ?

Puisque la vitesse de la particule observée dans le référentiel historique coïncide avec un évènement ayant une caractéristique vectorielle nulle ($\xi = \mathbf{0}$) dans le nouveau référentiel, $\mathbf{u}(\xi = \mathbf{0}) = \mathbf{c}$, il est tentant de penser que (i) la caractéristique vectorielle ξ pourrait être un champ d'accélération et que (ii) son annulation décrit la réalité physique du point de vue d'un voyageur circulant dans l'espace-temps *sur le dos de la particule historique*. J'appuie mon interprétation sur un raisonnement semble t-il initialement dû à A. Einstein et dont il est excellemment rendu compte en français dans l'ouvrage [[B3] ;§8.4, pp. 208-211]. En bref, *les effets de la gravitation disparaissent à proximité de la source du champ*.

Si ce raisonnement est recevable, alors le changement de variable vectorielle ($\mathbf{u} \rightarrow \xi$) peut aussi s'interpréter comme une sorte de dérivation mathématique faisant correspondre une accélération dans un nouveau référentiel à une vitesse spatiale dans le référentiel historique. La nullité de l'accélération devient équivalente à une dérivation ayant préservé la vitesse classique \mathbf{u} , donc à l'application Id_3 si la dérivation se laisse représenter par un élément de $M(3, R)$. Il faut cependant manipuler ces raisonnements avec beaucoup de précaution pour éviter de malencontreuses mésinterprétations.

Remarque 2.3. Une nouvelle vision.

Soit par convention ($k = 1, 2, 3$) :

$$\frac{\partial \xi}{\partial x_k} = {}^k \mathbf{w}$$

Chacune des trois forces a en fait le formalisme suivant :

$$|{}_k\mathbf{F}\rangle = {}_k c \cdot [C] \cdot |{}_k\mathbf{w}\rangle - 2\nu \cdot \otimes_C ({}_k\mathbf{w}, {}_k\mathbf{w}) - \nu \cdot [C] \cdot \left| \frac{\partial({}_k\mathbf{w})}{\partial x_k} \right\rangle$$

En supposant que l'élément $[C]$ de $M(3, \mathbb{R})$ n'est pas dégénéré, il est possible de poursuivre avec :

$$[C]^{-1} \cdot |{}_k\mathbf{F}\rangle = {}_k c \cdot |{}_k\mathbf{w}\rangle - 2\nu \cdot [C]^{-1} \cdot \otimes_C ({}_k\mathbf{w}, {}_k\mathbf{u}) - \nu \cdot \left| \frac{\partial({}_k\mathbf{w})}{\partial x_k} \right\rangle$$

A supposer également qu'il soit mathématiquement possible et physiquement significatif de poser :

$$2 \cdot [C]^{-1} \cdot \otimes_C ({}_k\mathbf{w}, {}_k\mathbf{w}) = \otimes_{(3)\Gamma(2)} ({}_k\mathbf{w}, {}_k\mathbf{w})$$

Il devient possible de faire apparaître un formalisme covariant pour la dérivation partielle du vecteur ${}_k\mathbf{w}$ par rapport à la composante x_k de la position de la particule :

$$[C]^{-1} \cdot |{}_k\mathbf{F}\rangle = {}_k c \cdot |{}_k\mathbf{w}\rangle - \nu \cdot \left| \otimes_{(3)\Gamma(2)} ({}_k\mathbf{w}, {}_k\mathbf{w}) \right\rangle + \left| \frac{\partial({}_k\mathbf{w})}{\partial x_k} \right\rangle$$

Puis d'aboutir à :

$$|{}_k\mathbf{F}\rangle = {}_k c \cdot [C] \cdot |{}_k\mathbf{w}\rangle - \nu \cdot [C] \cdot \left| \otimes_{(3)\Gamma(2)} ({}_k\mathbf{w}, {}_k\mathbf{w}) \right\rangle + \left| \frac{\partial({}_k\mathbf{w})}{\partial x_k} \right\rangle$$

Chacune des forces ${}_k\mathbf{F}$ a ainsi le formalisme apparent d'une mouture spatiale d'une loi de type Lorentz-Einstein.

Peut-elle être l'expression exacte de cette force? Pour pouvoir raisonnablement répondre à cette question, il convient de revenir sur la signification de la variable vectorielle ξ . La Rem.2.2 a proposé de l'interpréter comme une accélération. En repartant de :

$$\sum_k \frac{\partial \xi}{\partial x_k} \cdot \frac{dx_k}{ds} = \frac{d\xi}{ds} = \sum_k \frac{dx_k}{ds} \cdot {}_k\mathbf{w}$$

Il apparait assez clairement que chacun des trois vecteurs ${}_k\mathbf{w}$ pourrait représenter une des composantes d'une variation de cette accélération le long d'une abscisse curviligne s . Mais curieusement ici, si cette abscisse se confondait avec une chronologie, les composantes de la variation de cette accélération se confondraient tout simplement avec celles de la vitesse spatiale \mathbf{u} dans le repère des ${}_k\mathbf{w}$!

$$\sum_k \frac{\partial \xi}{\partial x_k} \cdot \frac{dx_k}{dt} = \frac{d\xi}{dt} = \sum_k \frac{dx_k}{dt} \cdot {}_k\mathbf{w} = \sum_k (u_k \cdot {}_k\mathbf{w})$$

Dans le cas particulier où le repère des ${}_k\mathbf{w}$ coïncide avec le repère orthogonal direct local :

$${}_k\mathbf{w} = \mathbf{e}_k; \frac{d\xi}{dt} = \sum_k (u_k \cdot \mathbf{e}_k) = \mathbf{u}$$

La variation de l'accélération ξ serait une vitesse. Cette éventualité est possible si l'accélération est proportionnelle à la position :

$$\xi \sim \mathbf{x} \Rightarrow \frac{d\xi}{dt} \sim \mathbf{u}$$

Dans la limite du domaine de définition qui vient d'être esquissé, et exige de préciser le changement de variable par la relation :

$$\forall i = 1, 2, 3 : u_i(x_1, x_2, x_3) = {}_i c_{\alpha\beta} \cdot x_\alpha \cdot x_\beta + {}_i c_\alpha \cdot x_\alpha + {}_i c$$

chaque force ${}_k\mathbf{F}$ ($k = 1, 2, 3$) semble pouvoir être l'expression exacte d'une mouture spatiale et unidirectionnelle (pour l'axe Ox_k) de la loi de Lorentz-Einstein s'il existe des situations permettant d'écrire :

$${}_k c \cdot [C] \equiv q_k \cdot [J] \Phi(\mathbf{H}); \nu \cdot [C] \equiv m \cdot Id_3$$

Une telle hypothèse exige d'introduire (i) la notion de masse axiale parce qu'il pourrait a priori exister trois valeurs propres pour la matrice $[C]$; (ii) l'idée que chaque valeur propre de la masse porte une charge qui lui est propre et dépendante d'un champ magnétique \mathbf{H} local présent de manière sous-jacente.

Remarque 2.4. Au sujet de la nouvelle hypothèse.

La notion de masse axiale a , par exemple, déjà été évoquée dans le cadre des recherches cherchant à comprendre l'origine de (et à étendre) la formule de Koide [[06]]. Elle n'est donc pas totalement irrecevable. Je vais donc prendre un instant au sérieux la nouvelle hypothèse énoncée ci-dessus, Equ.(-). Il en résulte sans difficulté technique majeure que :

$$\nu \cdot {}_k c \cdot [C] = m \cdot u_k(\xi = \mathbf{0}) \cdot Id_3 = \nu \cdot q_k \cdot [J] \Phi(\mathbf{H})$$

où la k -ème composante de la quantité de mouvement de la particule apparaît, $p_k = m \cdot u_k(\xi = \mathbf{0})$. Pour aller un cran plus loin sur le chemin de cette hypothèse, il convient de calculer et résoudre le polynôme :

$$|\nu \cdot q_k \cdot [J] \Phi(\mathbf{H}) - p_k \cdot Id_3| = 0$$

Il s'agit d'un problème dit *aux valeurs propres* que je peux aussi réénoncer :

$$\begin{vmatrix} -\lambda & -H_3 & H_2 \\ H_3 & -\lambda & -H_1 \\ -H_2 & H_1 & -\lambda \end{vmatrix} = 0; \lambda = \frac{p_k}{\nu \cdot q_k}$$

Il est possible de vérifier que :

$$|[J] \Phi(\mathbf{H})| = Tr_{[J] \Phi(\mathbf{H})} = 0$$

et que, du coup, ce polynôme s'écrit finalement :

$$\lambda \cdot \{(\mathbf{H})^2 + \lambda^2\} = 0$$

n'autorisant que deux situations : (i) une valeur propre simple et nulle; (ii) une valeur propre double valant $\pm i \cdot \|\mathbf{H}\|$. Le cas (i) concerne toutes les particules de masse nulle ($m = 0$, exemple : les photons) tandis que le cas (ii) n'a de réalité que pour un paramètre ν imaginaire pur. Si la première éventualité rassure, la seconde laisse perplexe. Elle invite à réinterroger la validité de l'hypothèse représentée par l'Equ.(-).

Par exemple, n'est-il pas exagéré de penser que chacune des composantes des ENS exhibe le même champ magnétique local? Car en fait l'Equ.(-) implique que :

$$|{}_k \mathbf{F} \rangle = q_k \cdot [J] \Phi(\mathbf{H}) \cdot |{}_k \mathbf{w} \rangle - m \cdot | \otimes_{(3)\Gamma(2)} ({}_k \mathbf{w}, {}_k \mathbf{w}) + \frac{\partial({}_k \mathbf{w})}{\partial x_k} \rangle$$

et donc :

$$|\mathbf{f} - \frac{1}{\rho} \cdot \mathbf{Grad}_{\mathbf{x}} p - \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \rangle =$$

$$[J]\Phi(\mathbf{H}) \cdot \left| \sum_k q_k \cdot {}_k\mathbf{w} \right. > -m \cdot \left| \sum_k \{ \otimes_{(3)\Gamma(2)}({}_k\mathbf{w}, {}_k\mathbf{w}) + \frac{\partial({}_k\mathbf{w})}{\partial x_k} \} \right. >$$

Mais est-ce l'expression correcte de la projection de la loi de Lorentz-Einstein dans un sous-espace de dimension trois ?

J'invite mes lecteurs à découvrir l'investigation intermédiaire [[d]] introduisant les briques de base de la théorie quantique des champs dans la théorie des produits tensoriels déformés.

2.3 Les instabilités de Taylor.

Les raisons pour lesquelles les filaments intergalactiques peuvent éventuellement être étudiées en s'inspirant de la théorie de Sir Geoffrey Taylor sur les instabilités du premier ordre d'une surface liquide soumise à une accélération [[07]], [[08]] sont multiples. Leur exposé, tout comme la suite de l'exploration débutée ici, seront l'objet d'un prochain travail.

3 Conclusion

Rien n'est jamais parfait dans la vie. Ce document débute l'exposé d'une nouvelle vision de la cosmologie.

Cette vision tient d'emblée compte des cartographies issues de diverses simulations informatiques (Millennium, Bolchoi) en ce sens qu'elle accepte la structure quasi-neuronale de la répartition de la matière galactique et intergalactique dans l'univers comme un acquis.

Elle justifie par là l'introduction de la théorie des cordes élastiques et des équations de Navier-Stokes pour décrire les comportements des filaments intergalactiques qui sont donc implicitement considérés comme des tubes d'un fluide déformable.

Au cours de cette tentative, il est devenu clair qu'il existe des changements de repères tridimensionnels permettant d'exprimer une partie des équations de Navier-Stokes comme la somme de trois composantes vectorielles et que chacune d'elle contient un produit tensoriel déformé.

L'exploration s'est interrogée sur la question de savoir si chacune de ces composantes pouvait ou non être la représentation d'une force dont le formalisme mime celui d'une version tridimensionnelle de la version covariante de la loi de Lorentz.

L'idée sous-jacente est de s'interroger sur la possibilité technique de projeter cette loi dans chacun des quatre sous-espaces de dimension trois de telle sorte que chacune des projections garde le formalisme quadri-dimensionnel initial et soit raccordable aux équations de Navier-Stokes.

Pour l'heure, un petit bout de chemin a été parcouru en ce sens mais il reste encore beaucoup à faire et le travail n'est pas achevé.

Références

4 Bibliographie

4.1 Articles

- [01] Observational challenges for the standard FRLW model; arXiv :1512.03313v2 [astro-ph.CO] 8 February 2016.
- [02] Cosmic strings; arXiv :1506.04003v2 [astro-ph.CO] 19 June 2015.

- [03] Nash, J. : Le problème de Cauchy pour les équations différentielles d'un fluide général; bulletin de la S.M.F., tome 90 (1962), pp. 487-497, <http://www.numdam.org/item?id=BSMF-1962-90-487-0>.
- [04] Fourès-Bruhat, Y. . : Le problème de Cauchy pour des équations hyperboliques non-linéaires du second degré; bulletin de la S.M.F., tome 90 (1953), pp. 225-288, <http://www.numdam.org/item?id=BSMF-1953-81-225-0>.
- [05] Charles F. Feffermann : Existence and smoothness of the Navier-Stokes equation; official formulation of the millenium problem; Clay Mathematical Institute.
- [06] The strange formula of Dr. Koide; arXiv :hep-ph/0505220v1, 25 May 2005.
- [07] Taylor Geoffrey Ingram. 1950 : The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their planes. I; Proc. R. Soc. Lond. A **201** 192–196. <http://doi.org/10.1098/rspa.1950.0052>.
- [08] Lewis D. J. 1950 : The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their planes. II; Proc. R. Soc. Lond. A **202** 81–96. <http://doi.org/10.1098/rspa.1950.0086>.

4.2 Livres

- [B1] Encyclopédie Bordas, Mathématiques 50/51, ©Bordas éditeur, 1972, 184 pages.
- [B2] Lichnerowicz, A. : Théories relativistes de la gravitation et de l'électromagnétisme; collection d'ouvrage à l'usage des physiciens publiée sous la direction de G. Darmois et A. Lichnerowicz. ©1955 by Masson and Cie, éditeurs, 298 pages.
- [B3] Lennuier, R., Gal, P,-Y. et Perrin, D. : Mécanique des particules, champs; premier cycle de l'enseignement supérieur, Collection U, ©Librairie Armand Colin, Paris, 1970, 363 pages.

4.3 Contributions personnelles

- [a] PERIAT, T. : Vacuums and strings, a new vision; ISBN 978-2-36923-077-9 / EAN-9782369230779, 13 June 2013.
- [b] PERIAT, T. : Cordes élastiques classiques; ISBN 978-2-36923-139-4 / EAN-9782369231394, 28 septembre 2018.
- [c] PERIAT, T. : Particules idéales, vides de Maxwell et cordes élastiques classiques, ISBN 978-2-36923-140-0, EAN-9782369231400, 5 octobre 2018; visible sur Zenodo.org : <http://doi.org/10.5281/zenodo.3544733>.
- [d] PERIAT, T. : Théorie quantique des champs appliquée aux produits vectoriels déformés; ISBN 978-2-36923-151-6, EAN 9782369231516, v3, 12 février 2020.