Kaons

Exercice d'application pour la théorie des produits vectoriels déformés, incluant une discussion sur les rotations, les involutions et les dérivées.

11 mars 2020

Ce document -encore en cours de rédaction- constitue un exercice d'application au modèle standard des premiers résultats acquis sur la décomposition des produits vectoriels déformés.

Contents

1 La matrice CKM et les produits vectoriels déformés

1.1 Motivation

La recherche dédiée aux kaons n'est pas récente puisqu'elle remonte à 1949, l'année de leur découverte ; voir par exemple l'historique présenté dans [[01]]. La découverte de la rupture de la symétrie CP en 1964 marque le point de départ d'une période riche en expérimentations de plus en plus fines. Cette quête fait en ce moment l'objet de soubresauts comme en témoigne un article récent paru dans [[02]].

La première partie de ce document n'a pas pour objectif de parfaire la construction du modèle standard (MS). Il se veut être un nouvel exercice d'application de la théorie étudiant les décompositions des produits vectoriels déformés. Il se propose de le faire au travers de l'analyse d'un élément de M(3, C) jouant un rôle important dans la description des kaons ; j'ai cité :

1.2 La matrice CKM

Le MS a introduit la matrice dite de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa ou « CKM » comme produit de deux matrices de rotation permettant de passer des états propres de jauge à ceux de masse [[03] ; pp. 2-3, (2.2) et (2.3)] :

$$L = \frac{g}{\sqrt{2}}. < \mathbf{u}_L| \, . \, \gamma^\mu . V_{CKM} \, . \, |\mathbf{d}_L > . W_\mu^+ + c.h. \, avec \, V_{CKM} = V_L^u . V_L^{d*}$$

Le MS ne fournit pas la valeur (théorique) des composantes de la matrice CKM [1]. Il se contente d'apporter des indications qualitatives sur ses propriétés ; par exemple : elle est la seule source possible de rupture de la symétrie CP dans le secteur électrofaible du modèle. La paramétrisation de Wolfenstein, en revanche, précise un peu mieux le contenu de cette matrice [[03] ; p. 3, (2.4)] ; tout comme l'approche décrite dans [[04] ; pp.15-17] et menant aussi à cette paramétrisation par approximation.

1.3 Idée intuitive

Sur le plan purement formel, pour des raisons expliquées en détail dans la discussion exposée à la fin du document (Sous-section 1.6), la paramétrisation de Wolfenstein suscite une confrontation pédagogiquement intéressante avec la notion de noyau de type I des parties principales des décompositions non-triviales de produits vectoriels déformés ; pour tous les détails techniques, prière de voir mon travail [[a]] en français et [[b]] en anglais.

Remarque 1.1. ***Préliminaires***

Par exemple, toute matrice CKM mise sous cette forme approchée de Wolfenstein peut encore s'écrire :

$$V_{CKM} \tag{1}$$

$$\sim$$

$$\begin{bmatrix} 1-\frac{\lambda^2}{2} & 0 & -A.\lambda^3.i.\eta \\ 0 & 1-\frac{\lambda^2}{2} & 0 \\ -A.\lambda^3.i.\eta & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \lambda & A.\lambda^3.\rho \\ -\lambda & 0 & A.\lambda^2 \\ -A.\lambda^3.\rho & -A.\lambda^2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ A.\lambda^3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

[1] Mais elles sont aujourd'hui connues grâce aux expérimentations.

Tout noyau de type I, tel qu'il a été trouvé dans [a] et [b], caractérise des polynomiales initiales dont les coefficients ne varient pas avec l'argument **a** et se laisse mettre sous la forme générique :

$$[K] = \frac{1}{2}.Hess_{(\mathbf{a},0)}\Lambda(\mathbf{a}) \pm {}_{[J]}\Phi({}_{\Lambda}\mathbf{s}) \tag{2}$$

Dans ce contexte, bien que la décomposition (1) ne soit pas unique, il faut noter que :

1. La moitié de la Hessienne vaut :

$$\begin{bmatrix} 1-\frac{\lambda^2}{2} & 0 & -A.\lambda^3.i.\eta \\ 0 & 1-\frac{\lambda^2}{2} & 0 \\ -A.\lambda^3.i.\eta & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Le vecteur singulier a pour composantes :

$${}_{\Lambda}\mathbf{s} : -\lambda.(A.\lambda, -A.\lambda^2.\rho, 1) \tag{3}$$

3. La confrontation avec le noyau de type I n'est qu'approximativement vraie (tout comme la paramétrisation de Wolfenstein), à la matrice X près :

$$V_{CKM} \sim [K] + X; X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ A.\lambda^3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4}$$

4. Dans le langage d'E. Cartan, la matrice X pourrait a priori être une représentation d'un spineur [[05] ; § 106, p. 93] :

$$X^2 = 0 \tag{5}$$

   bien que son formalisme n'ait rien de commun avec celui des matrices associables avec un vecteur dans la théorie de cet auteur.

5. Pour la théorie de la question (E), un noyau de type I est forcément associé à une polynomiale de degré au plus égal à deux ; ici symbolisée par $\Lambda(\mathbf{a})$ où le vecteur **a** devra être précisé ultérieurement. Si la *matrice parasite* X pouvait être incorporée à la Hessienne du noyau, celle-ci ne serait plus symétrique ; et par conséquent, ceci signerait une rupture de continuité de la polynomiale pour les composantes 1 et 3.

$$\frac{\partial^2\Lambda(a^1,a^1,a^1)}{\partial a^1 \partial a^3} \neq \frac{\partial^2\Lambda(a^1,a^1,a^1)}{\partial a^3 \partial a^1} \tag{6}$$

   Ainsi, mettant cette discontinuité présumée en relation avec le fait que la matrice CKM traduit la non-conservation de la saveur dans les interactions faibles du MS, nous serions tentés de penser qu'il existe peut-être un parallèle entre cette discontinuité et cette non-conservation.

6. Pour autant, avant d'accepter l'hypothèse de discontinuité (voir par exemple le document historique [[06]] en guise d'introduction aux fonctions discontinues), il convient d'abord de calculer les dérivées partielles de la polynomiale en supposant cette fois-ci que ses coefficients ne sont pas constants et de vérifier que cette variabilité n'est pas elle-même la source d'asymétries simples.

1.4 Le calcul des dérivées partielles de la polynomiale initiale

Je repars donc du résultat fourni par le théorème initial ; à savoir l'existence d'une polynomiale de degré au plus égal à deux liée à la réalisation d'une décomposition non-triviale du type :

$$|[\mathbf{a}, \mathbf{b}][A] >= [P].|\mathbf{b} > +|\mathbf{z} > \tag{7}$$

$$\Downarrow$$

$$\Lambda(a^1, a^1, a^1) = d_{ij}(\mathbf{a}).a^i.a^j + d_i(\mathbf{a}).a^i + d(\mathbf{a}) = |_{[A]}\Phi(\mathbf{a}) \; - \; [P]|$$

et j'en calcule les dérivées partielles successives. Dans ce qui suit, cette polynomiale est dite "*initiale*" ou "*mère*" (sémantique propre à cette théorie). Le fait que les coefficients ne soient plus constants va modifier le lien théorique entre la Hessienne de cette polynomiale et la matrice des coefficients de degré deux. Jusqu'à présent, nous avions :

$$Hess_{(\mathbf{a},\,0)}\Lambda(\mathbf{a}) \;\; = \;\; [D] + [D]^t \tag{8}$$

Remarque 1.2. ***Dérivées partielles premières***

Il est aisé de parvenir à :

$$\frac{\partial\Lambda(\mathbf{a})}{\partial a^k} = \frac{\partial d_{ij}(\mathbf{a})}{\partial a^k}.a^i.a^j + d_{ij}(\mathbf{a}).(\delta^i_k.a^j + a^i.\delta^j_k) + \frac{\partial d_i(\mathbf{a})}{\partial a^k}.a^i + d_i(a).\delta^i_k + \frac{\partial d(\mathbf{a})}{\partial a^k} \tag{9}$$

Contrairement aux situations étudiées précédemment, les trois composantes du gradient de la polynomiale de degré deux initiale (ici : $\Lambda(\mathbf{a})$) sont encore des polynomiales de degré deux. Nous pourrions les noter conventionnellement : $\Lambda_k(\mathbf{a})$ pour k = 1, 2, 3.

En vertu du theorème initial dont l'équation (7) est d'ailleurs la traduction, elles pourraient, elles aussi, a priori être le fruit d'une décomposition non-triviale du type $[\mathbf{a}, \ldots][_k\mathrm{A}]$ où la matrice $[_k\mathrm{A}]$ représenterait la déformation menant à cette polynomiale ; plus précisément :

$$\frac{\partial\Lambda(\mathbf{a})}{\partial a^k} =_k \Lambda(a^1, a^1, a^1) = \,_kd_{ij}(\mathbf{a}).a^i.a^j + \,_kd_i(\mathbf{a}).a^i +_k d(\mathbf{a}) \tag{10}$$

Avec les coefficients suivants :

- de degré deux :

$$_kd_{ij}(\mathbf{a}) \;\; = \;\; \frac{\partial d_{ij}(\mathbf{a})}{\partial a^k} \quad \Longleftrightarrow \quad [_kD] = \frac{\partial}{\partial a^k}o[D]$$

- de degré un :

$$_kd_1(\mathbf{a}).a^1 +_k d_2(\mathbf{a}).a^2 +_k d_3(\mathbf{a}).a^3$$

$$=$$

$$d_{11}(\mathbf{a}).(\delta^1_k.a^1 + a^1.\delta^1_k) + d_{12}(\mathbf{a}).(\delta^1_k.a^2 + a^1.\delta^2_k) + d_{13}(\mathbf{a}).(\delta^1_k.a^3 + a^1.\delta^3_k)$$

$$+d_{21}(\mathbf{a}).(\delta^2_k.a^1 + a^2.\delta^1_k) + d_{22}(\mathbf{a}).(\delta^2_k.a^2 + a^2.\delta^2_k) + d_{23}(\mathbf{a}).(\delta^2_k.a^3 + a^2.\delta^3_k)$$

$$+d_{31}(\mathbf{a}).(\delta^3_k.a^1 + a^3.\delta^1_k) + d_{32}(\mathbf{a}).(\delta^3_k.a^2 + a^3.\delta^2_k) + d_{33}(\mathbf{a}).(\delta^3_k.a^3 + a^3.\delta^3_k)$$

$$+\frac{\partial d_1(\mathbf{a})}{\partial a^k}.a^1 + \frac{\partial d_2(\mathbf{a})}{\partial a^k}.a^2 + \frac{\partial d_3(\mathbf{a})}{\partial a^k}.a^3$$

$$=$$

$$2.d_{11}(\mathbf{a}).\delta^1_k + (d_{12}(a) + d_{21}(\mathbf{a})).\delta^2_k + (d_{13}(\mathbf{a}) + d_{31}(\mathbf{a})).\delta^3_k + \frac{\partial d_1(\mathbf{a})}{\partial a^k}.a^1$$

$$+(d_{12}(\mathbf{a})+d_{21}(\mathbf{a})).\delta_k^1+2.d_{22}(\mathbf{a}).\delta_k^2+(d_{23}(\mathbf{a})+d_{32}(a)).\delta_k^3+\frac{\partial d_2(\mathbf{a})}{\partial a^k}.a^2$$

$$+(d_{13}(\mathbf{a})+d_{31}(\mathbf{a})).\delta_k^1+(d_{23}(\mathbf{a})+d_{32}(\mathbf{a})).\delta_k^2+2.d_{33}(\mathbf{a}).\delta_k^3+\frac{\partial d_3(\mathbf{a})}{\partial a^k}.a^3$$

Ce qui permet de parvenir à :

$$_k d_m(\mathbf{a})=\sum_a (d_{nm}(\mathbf{a})+d_{mn}(\mathbf{a})).\delta_k^n+\frac{\partial d_m(\mathbf{a})}{\partial a^k}$$

Ces sommes définissent pour chaque valeur de k (= 1, 2, 3) les trois composantes du nouveau vecteur constitué des coefficients de degré un de la polynomiale $\Lambda_k(\mathbf{a})$:

$$|_k\mathbf{d}^*(\mathbf{a})>=\{[D]+[D]^t\}.|_k\delta>+\frac{\partial|\mathbf{d}^*(\mathbf{a})>}{\partial a^k} \tag{11}$$

où :

$$_k\delta\ :\ (\delta_k^1,\ \delta_k^2,\ \delta_k^3)$$

- de degré zéro :

$$_k d(\mathbf{a})\ =\ \frac{\partial d(\mathbf{a})}{\partial a^k} \tag{12}$$

Remarque 1.3. ***Dérivées partielles secondes***

Poursuivons ces calculs :

$$\frac{\partial^2\Lambda(\mathbf{a})}{\partial a^l\partial a^k}=\frac{\partial\{\frac{\partial d_{ij}(\mathbf{a})}{\partial a^k}.a^i.a^j+d_{ij}(\mathbf{a}).(\delta_k^i.a^j+a^i.\delta_k^j)+\frac{\partial d_i(\mathbf{a})}{\partial a^k}.a^i+d_i(\mathbf{a}).\delta_k^i+\frac{\partial d(\mathbf{a})}{\partial a^k}\}}{\partial a^l} \tag{13}$$

$$=$$

$$\frac{\partial^2 d_{ij}(\mathbf{a})}{\partial a^l\partial a^k}.a^i.a^j$$

$$+$$

$$\frac{\partial d_{ij}(\mathbf{a})}{\partial a^k}.(\delta_l^i.a^j+a^i.\delta_l^j)+\frac{\partial d_{ij}(\mathbf{a})}{\partial a^l}.(\delta_k^i.a^j+a^i.\delta_k^j)+\frac{\partial^2 d_i(\mathbf{a})}{\partial a^l\partial a^k}.a^i$$

$$+$$

$$d_{ij}(\mathbf{a}).(\delta_k^i.\delta_l^j+\delta_l^i.\delta_k^j)+\frac{\partial d_i(\mathbf{a})}{\partial a^k}.\delta_l^i+\frac{\partial d_i(\mathbf{a})}{\partial a^l}.\delta_k^i+\frac{\partial^2 d(\mathbf{a})}{\partial a^l\partial a^k}$$

Là aussi, chaque dérivée partielle première “engendre” trois dérivées partielles secondes et nous obtenons finalement neuf polynomiales de degré deux au plus ; plus précisément :

$$\frac{\partial^2\Lambda(\mathbf{a})}{\partial a^l\partial a^k}=_{lk}\Lambda(a^1,a^1,a^1)=\ _{lk}d_{ij}(\mathbf{a}).a^i.a^j+\ _{lk}d_i(\mathbf{a}).a^i+_{lk}d(\mathbf{a}) \tag{14}$$

Avec les coefficients suivants :

- de degré deux :

$$_{lk}d_{ij}(\mathbf{a})=\frac{\partial^2 d_{ij}(\mathbf{a})}{\partial a^l\partial a^k} \tag{15}$$

- de degré un :

$$
{}_{lk}d_i(\mathbf{a}) \tag{16}
$$

$$
=
$$

$$
\frac{\partial d_{ij}(\mathbf{a})}{\partial a^k}.(\delta^i_l.a^j + a^i.\delta^j_l) + \frac{\partial d_{ij}(\mathbf{a})}{\partial a^l}.(\delta^i_k.a^j + a^i.\delta^j_k) + \frac{\partial^2 d_i(\mathbf{a})}{\partial a^l \partial a^k}.a^i
$$

$$
=
$$

$$
\frac{\partial d_{li}(\mathbf{a})}{\partial a^k} + \frac{\partial d_{il}(\mathbf{a})}{\partial a^k} + \frac{\partial^2 d_i(\mathbf{a})}{\partial a^l \partial a^k} + \frac{\partial d_{ki}(\mathbf{a})}{\partial a^l} + \frac{\partial d_{ik}(\mathbf{a})}{\partial a^l}
$$

- de degré zéro :

$$
{}_{lk}d(\mathbf{a}) \tag{17}
$$

$$
=
$$

$$
d_{ij}(\mathbf{a}).(\delta^i_k.\delta^j_l + \delta^i_l.\delta^j_k) + \frac{\partial d_i(\mathbf{a})}{\partial a^k}.\delta^i_l + \frac{\partial d_i(\mathbf{a})}{\partial a^l}.\delta^i_k + \frac{\partial^2 d(\mathbf{a})}{\partial a^l \partial a^k}
$$

$$
=
$$

$$
d_{kl}(\mathbf{a}) + d_{lk}(\mathbf{a}) + \frac{\partial d_k(\mathbf{a})}{\partial a^l} + \frac{\partial d_l(\mathbf{a})}{\partial a^k} + \frac{\partial^2 d(\mathbf{a})}{\partial a^l \partial a^k}
$$

Remarque 1.4. ***La Hessienne de la polynomiale initiale pour un argument nul***

Munis de ces calculs, il devient possible d'exprimer la Hessienne de la polynomiale initiale de manière plus complète que dans [a]. Il est par exemple intéressant de constater que pour un argument nul (i. e. : $\mathbf{a} = \mathbf{0}$) [2] :

$$
[\frac{\partial^2 \Lambda(\mathbf{0})}{\partial a^l \partial a^k}] = [d_{kl}(\mathbf{0}) + d_{lk}(\mathbf{0}) + \frac{\partial d_k(\mathbf{0})}{\partial a^l} + \frac{\partial d_l(\mathbf{0})}{\partial a^k} + \frac{\partial^2 d(\mathbf{0})}{\partial a^l \partial a^k}] \tag{18}
$$

En utilisant la notion de Table de Pythagore introduite dans d'autres parties de mon travail, cette relation prend aussi la forme suivante :

$$
Hess_{(\mathbf{a},0)}\Lambda(\mathbf{0}) \tag{19}
$$

$$
=
$$

$$
[D(\mathbf{0})] + [D(\mathbf{0})]^t + T_2(o)(\mathbf{Grad_a}, \mathbf{d}^*(\mathbf{0})) + T_2^t(o)(\mathbf{Grad_a}, \mathbf{d}^*(\mathbf{0})) + Hess_{(\mathbf{a},0)}d(\mathbf{0})
$$

Elle est à comparer avec l'Equ.(8) dont elle diffère visiblement par la prise en compte des dérivées partielles premières des coefficients de degré un et des dérivées partielles secondes des coefficients de degré zéro de la polynomiale initiale.

---

[2] Nous étudions alors les décompositions du vecteur nul puisque l'équation (7) devient :

$$
|\mathbf{0}> = |[\mathbf{0},\mathbf{b}][A]> = [P].|\mathbf{b}> + |\mathbf{z}>
$$

$$
\Downarrow
$$

$$
\Lambda(a^1, a^1, a^1) = d_{ij}(\mathbf{0}).0.0 + d_i(\mathbf{0}).0 + d(\mathbf{0}) = -|P|
$$

1.5 A la recherche des causes d'une asymétrie

Nous pouvons donc dire que, pour les très petites valeurs de l'argument $\mathbf{a}$, la prise en compte de la variabilité éventuelle des coefficients de la polynomiale initiale est équivalente à la définition d'une transformation de la Hessienne de cette polynomiale telle que :

$$[D(\mathbf{0})] + [D(\mathbf{0})]^t \tag{20}$$

$$\downarrow$$

$$[D(\mathbf{0})] + [D(\mathbf{0})]^t + T_2(o)(\mathbf{Grad_a}, \mathbf{d}^*(\mathbf{0})) + T_2^t(o)(\mathbf{Grad_a}, \mathbf{d}^*(\mathbf{0})) + Hess_{(\mathbf{a},\,0)}d(\mathbf{0})$$

Nous pouvons aussi tenter de définir la "*demi-transformation*" correspondant à cette prise en compte de la façon suivante :

$$\frac{1}{2}\,.\,Hess_{(\mathbf{a},\,0)}(\Lambda)(\mathbf{0}) \sim [D(\mathbf{0})] \tag{21}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{1}{2}\,.\,Hess_{(\mathbf{a},\,0)}(\Lambda\,-\,d)(\mathbf{0}) \sim [D(\mathbf{0})] + T_2(o)(\mathbf{Grad_a}, \mathbf{d}^*(\mathbf{0}))$$

Lemme 1.1. *Le formalisme des noyaux est indépendant de la variabilité des coefficients de la polynomiale initiale.*

Preuve: Avant de vouloir comparer une paramétrisation de Wolfenstein avec un noyau de la théorie de la question (E), il faut peut-être d'abord commencer par découvrir le formalisme de ces noyaux lorsque les coefficients de la polynomiale mère ne sont éventuellement plus constants. Il faut donc à nouveau se poser la question cruciale : Comment avons-nous pratiqué pour trouver ce formalisme ? C'est l'endroit où le théorème de reconstruction (voir [[a]] et [[b]]) rentre en ligne de compte. Or, de toute évidence, ce théorème est de nature "algébrique" car repose seulement sur la règle de multiplication des matrices et sur l'observation. Il reste finalement vrai quels que soient les coefficients de cette polynomiale mère : que ceux-ci soient constants ou non. Il impose quoiqu'il arrive (rappel) :

$$[K] = |A|.[A]^t.[J].[P] \,\equiv\, [D] \tag{22}$$

Comme les solutions de la question (E) ne sont obtenues que lorsque le noyau est égal à la matrice [D] des coefficients de degré deux de la polynomiale intiale, la variabilité des coefficients de celle-ci ne change rien au formalisme général des noyaux et donc nous aurrons toujours :

$$[K] = |A|.[A]^t.[J].[P] \,=\, [D] \tag{23}$$

□

Remarque 1.5. ***Un noyau possible pour une polynomiale initiale dont les coefficients varient***

La démonstration précédente n'interdit pas de tenir compte de la variabilité des coefficients de la polynomiale initiale, le cas échéant. En effet, pour les très petites valeurs de l'argument, considérant alors la proposition de "demi-transformation" liée à cette variabilité, Equ.(21), il suffit de poser :

$$[K] = |A|.[A]^t.[J].[P] \,=\, [D] \,=\, \frac{1}{2}\,.\,Hess_{(\mathbf{a},\,0)}(\Lambda\,-\,d)(\mathbf{0}) \,-\, T_2(o)(\mathbf{Grad_a}, \mathbf{d}^*(\mathbf{0})) \tag{24}$$

Proposition 1.1. *En tenant compte de la demi-transformation liée à la variabilité des coefficients de la polynomiale initiale, il est possible de réaliser une controntation entre un noyau issu de la théorie de la question (E) et une paramétrisation de Wolfenstein sans avoir recours à une discontinuité de cette polynomiale.*

Exploration: Dans ce contexte, il devient plausible d'examiner les deux identifications :

$$\frac{1}{2}.Hess_{(\mathbf{a},0)}(\Lambda\,-\,d)(\mathbf{0}) \;=\; \begin{bmatrix} 1-\frac{\lambda^2}{2} & 0 & -A.\lambda^3.i.\eta \\ 0 & 1-\frac{\lambda^2}{2} & 0 \\ -A.\lambda^3.i.\eta & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{25}$$

$$-\;T_2(o)(\mathbf{Grad_a},\mathbf{d}^*(\mathbf{0})) \;=\; \begin{bmatrix} 0 & \lambda & A.\lambda^3.\rho \\ -\lambda & 0 & A.\lambda^2 \\ -A.\lambda^3.\rho & -A.\lambda^2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ A.\lambda^3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{26}$$

A ce stade, rien ne nous oblige à introduire une discontinuité au niveau de la Hessienne apparaissant ci-dessus. Nous devrions poser in extenso pour les très petites valeurs de de l'argument $\mathbf{a}$:

$$\frac{\partial^2(\Lambda\,-\,d)(\mathbf{a})}{\partial a^1\partial a^1} \;=\; 2-\lambda^2$$

$$\frac{\partial^2(\Lambda\,-\,d)(\mathbf{a})}{\partial a^2\partial a^1} \;=\; 0$$

$$\frac{\partial^2(\Lambda\,-\,d)(\mathbf{a})}{\partial a^3\partial a^1} \;=\; -2.A.\lambda^3.i.\eta$$

$$\frac{\partial^2(\Lambda\,-\,d)(\mathbf{a})}{\partial a^1\partial a^2} \;=\; 0$$

$$\frac{\partial^2(\Lambda\,-\,d)(\mathbf{a})}{\partial a^2\partial a^2} \;=\; 2-\lambda^2$$

$$\frac{\partial^2(\Lambda\,-\,d)(\mathbf{a})}{\partial a^3\partial a^2} \;=\; 0$$

$$\frac{\partial^2(\Lambda\,-\,d)(\mathbf{a})}{\partial a^1\partial a^3} \;=\; -2.A.\lambda^3.i.\eta$$

$$\frac{\partial^2(\Lambda\,-\,d)(\mathbf{a})}{\partial a^2\partial a^3} \;=\; 0$$

$$\frac{\partial^2(\Lambda\,-\,d)(\mathbf{a})}{\partial a^3\partial a^3} \;=\; 2$$

Et, en supposant que les composantes de la matrice CKM ne dépendent jamais de celles de l'argument $\mathbf{a}$, nous pourrions en déduire :

$$\frac{\partial(\Lambda\,-\,d)(\mathbf{a})}{\partial a^1} \;=\; (2-\lambda^2)\,.\,a^1 - 2\,.\,A\,.\,\lambda^3\,.\,i\,.\,\eta\,.\,a^3 + K$$

$$\frac{\partial(\Lambda\,-\,d)(\mathbf{a})}{\partial a^2} \;=\; (2-\lambda^2)\,.\,a^2 + M$$

$$\frac{\partial(\Lambda\,-\,d)(\mathbf{a})}{\partial a^3} \;=\; -2\,.\,A\,.\,\lambda^3\,.\,i\,.\,\eta\,.\,a^1 + (2-\lambda^2)\,.\,a^3 + N$$

Puis :

$$(\Lambda\,-\,d)(\mathbf{a}) \;=\; (2-\lambda^2)\,.\,(a^1)^2 - 2\,.\,A\,.\,\lambda^3\,.\,i\,.\,\eta\,.\,a^1\,.\,a^3 + K\,.\,a^1 + O$$

$$
\begin{aligned}
(\Lambda - d)(\mathbf{a}) &= (2-\lambda^2)\,.\,(a^2)^2 + M\,.\,a^2 + Q \\
(\Lambda - d)(\mathbf{a}) &= -2\,.\,A\,.\,\lambda^3\,.\,i\,.\,\eta\,.\,a^1\,.\,a^3 + (2-\lambda^2)\,.\,(a^3)^2 + N\,.\,a^3 + R
\end{aligned}
$$

Ce qui permettrait de proposer *provisoirement* :

$$
\begin{gathered}
(\Lambda - d)(\mathbf{a}) \\
= \\
(2-\lambda^2)\,.\,(a^1)^2 + (2-\lambda^2)\,.\,(a^2)^2 + (2-\lambda^2)\,.\,(a^3)^2 - 2\,.\,A\,.\,\lambda^3\,.\,i\,.\,\eta\,.\,a^1\,.\,a^3 \\
+K\,.\,a^1 + M\,.\,a^2 + N\,.\,a^3 + (O+Q+R)
\end{gathered}
$$

La seconde identification impose :

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial d_1(\mathbf{a})}{\partial a^1} &= 0 \\
\frac{\partial d_1(\mathbf{a})}{\partial a^2} &= \lambda \\
\frac{\partial d_1(\mathbf{a})}{\partial a^3} &= A.\lambda^3.\rho \\
\frac{\partial d_2(\mathbf{a})}{\partial a^1} &= -\lambda \\
\frac{\partial d_2(\mathbf{a})}{\partial a^2} &= 0 \\
\frac{\partial d_2(\mathbf{a})}{\partial a^3} &= A.\lambda^2 \\
\frac{\partial d_3(\mathbf{a})}{\partial a^1} &= A.\lambda^3.(1-\rho) \\
\frac{\partial d_3(\mathbf{a})}{\partial a^2} &= -A.\lambda^2 \\
\frac{\partial d_3(\mathbf{a})}{\partial a^3} &= 0
\end{aligned}
$$

Il en découle :

$$
\begin{aligned}
d_1(\mathbf{a}) &= \lambda\,.\,a^2 + A.\lambda^3.\rho\,.\,a^3 + p \\
d_2(\mathbf{a}) &= -\lambda\,.\,a^1 + A.\lambda^2\,.\,a^3 + q \\
d_3(\mathbf{a}) &= A.\lambda^3.(1-\rho)\,.\,a^1 - A.\lambda^2\,.\,a^2 + r
\end{aligned}
$$

Puis :

$$
\begin{aligned}
d_1(\mathbf{a})\,.\,a^1 &= \lambda\,.\,a^1\,.\,a^2 + A.\lambda^3.\rho\,.\,a^1\,.\,a^3 + p\,.\,a^1 \\
d_2(\mathbf{a})\,.\,a^2 &= -\lambda\,.\,a^1\,.\,a^2 + A.\lambda^2\,.\,a^2\,.\,a^3 + q\,.\,a^2 \\
d_3(\mathbf{a})\,.\,a^3 &= A.\lambda^3.(1-\rho)\,.\,a^1\,.\,a^3 - A.\lambda^2\,.\,a^2\,.\,a^3 + r\,.\,a^3
\end{aligned}
$$

L'observation du formalisme *provisoire* de la polynomiale initiale suggère les identifications supplémentaires :

$$
\begin{aligned}
d_1(\mathbf{a}) &= K \\
d_2(\mathbf{a}) &= M \\
d_3(\mathbf{a}) &= N
\end{aligned}
$$

Une réinjection fournit alors :

$$
\begin{gathered}
(\Lambda - d)(\mathbf{a}) \\
= \\
(2-\lambda^2)\,.\,(a^1)^2 + (2-\lambda^2)\,.\,(a^2)^2 + (2-\lambda^2)\,.\,(a^3)^2 + A.\lambda^3\,.\,(1 - 2\,.\,i\,.\,\eta)\,.\,a^1\,.\,a^3 \\
+p\,.\,a^1 + q\,.\,a^2 + r\,.\,a^3 \\
+(O+Q+R)
\end{gathered}
$$

Remarque 1.6. ***Commentaires critiques***

Ce résultat est problématique du point de vue de la logique en ce sens qu'il semble indiquer de nouvelles valeurs pour les coefficients de degré un de la polynomiale initiale Λ que nous sommes en train d'essayer de *reconstituer* ; in extenso, nous trouvons maintenant les (p, q, r) au lieu des (K, M, N).

Je ferai à ce sujet les commentaires suivants :

1. Les p, q, r, O, Q et R sont des constantes d'intégration ;
2. le coefficient de degré zéro de la polynomiale initiale dépend lui aussi des composantes de l'argument **a** ;
3. Un moyen de rendre la proposition de reconstitution cohérente consiste donc à écrire :

$$d(\mathbf{a}) \;=\; p\,.\,a^1 + q\,.\,a^2 + r\,.\,a^3 + (O + Q + R) \;=\; -|P(\mathbf{a})|$$

   Ce qui a pour effet : (i) de montrer que la somme somme des constantes d'intégration O + Q + R s'identifie au signe moins près avec le déterminant de la partie principale de la décomposition non-triviale lorsque l'argument **a** s'annule ;

$$d(\mathbf{a}) \;=\; p\,.\,a^1 + q\,.\,a^2 + r\,.\,a^3 - |P(\mathbf{0})| \;=\; -|P(\mathbf{a})|$$

   et (ii) d'aboutir à la polynomiale :

$$\Lambda(\mathbf{a})$$

$$=$$

$$(2-\lambda^2)\,.\,(a^1)^2 + (2-\lambda^2)\,.\,(a^2)^2 + (2-\lambda^2)\,.\,(a^3)^2 + A.\lambda^3\,.\,(1\,-\,2\,.\,i\,.\,\eta)\,.\,a^1\,.\,a^3$$

   Cette manoeuvre de cohérence supprime de facto la discussion sur les coefficients de degré un et exhibe une grande faiblesse de la manière de procéder qui a été adoptée jusqu'à cet instant :

4. L'exploration actuelle ne précise à aucun moment le repère dans lequel elle se place, ce qui rend la discussion sur le formalisme de la polynomiale un peu spécieux.

Remarque 1.7. ***Sur la notion de discontinuité***

Bien que le sujet n'ait pas été traité au cours de ma scolarité (1963-1982), il intéresse les mathématiciens depuis fort longtemps, en commençant par Riemann, Darboux [[06] ; 1875] qui -relatant les travaux du géomètre allemand- insiste sur l'existence des fonctions discontinues et tisse les premiers liens entre discontinuité et intégrabilité, Lebesgue [[07] ; 1910] qui explique comment intégrer les fonctions discontinues et, plus récemment dans [[08] ; 1993] qui explique comment reconstituer une fonction discontinue. J'oublie probablement de citer bien des chercheurs émérites et bien des travaux ; toutes mes excuses pour cette omission.

1.6 Discussion

La logique sous-jacente à la construction de la matrice CKM exige de se pencher à nouveau sur la notion de rotation et, en particulier sur la composition des rotations. Une introduction précoce au sujet est parfois réalisée dans les classes de premières et de terminales des Lycées [voir par exemple la collection Aleph 0]. Concernant la description des kaons, le formalisme général de la composition de deux rotations est donné dans [[04] ; p. 15, (3.11)]. Une étude déjà ancienne mais exhaustive du sujet est dûe au mathématicien français E. Cartan dans [[05] ; en anglais]. Il est en particulier possible d'y retrouver la manière de représenter (l'effet d') une rotation au moyen de la formule de Euler-Olinde-Rodrigues [[05] ; § 59, pp. 45-46]. Une présentation plus succincte, concise et récente des représentations paramétriques des rotations dans un espace tri-dimensionnel peut se lire dans [[09]].

Il se trouve que j'ai eu l'occasion de montrer dans [[a]] et [[b]] que les noyaux de type I issus de la théorie de la question (E) (TQE) pour des polynomiales initiales dont les coefficients ne varient pas en fonction du projectile (ici : l'argument **a** apparaissant tout au long de document) sont une forme particulière de paramétrisation d'Euler en utilisant la formule d'Euler-Rodrigues. Dans la mesure où la composition de deux rotations seraient encore une rotation, il devenait donc logique d'explorer les conditions dans lesquelles une représentation de la matrice CKM, même approximative (sous sa forme de Wolfenstein), pouvait se laisser confronter avec un noyau de la TQE. C'est ce que j'ai fait dans ce document ; Sous-sec.1.3.

A cause de l'apparition d'une *matrice parasite*, X, Equ.(4), il se trouve malheureusement que la forme approximative de la matrice CKM ne peut pas se laisser comparer exactement avec les noyaux de type I issus de la théorie de la question (E) (TQE) pour des polynomiales initiales dont les coefficients ne varient pas en fonction du projectile. J'ai donc envisagé de découvrir les causes plausibles de l'apparition d'une asymétrie dans les noyaux de la TQE ; Sous-sec.1.5. Chemin faisant, j'en ai proposé deux : (i) la *variabilité* des coefficients de la polynomiale initiale ; (ii) l'existence de discontinuités dans cette polynomiale.

La première piste a été exhaustivement commencé (voir les calculs au niveau des Rem.1.2 et Rem.1.3). Après avoir démontré, en faisant appel au théorème de reconstruction, que le noyau des décompositions doit toujours s'identifier avec la matrice des coefficients de degré deux (voir Lemm.1.1) j'ai indiqué que -pour les très petites valeurs du projectile- la variabilité des coefficients permettait d'exprimer une nouvelle famille de noyau pour la théorie ; voir Rem.1.5. Ces noyaux peuvent exhiber des asymétries ; ce qui était le but formel recherché. Pour autant, une application à la parmétrisation de Wolfenstein ne permet pas encore d'aboutir à un résultat complètement satisfaisant et j'en ai expliqué quelques-unes des raisons ; voir Rem.1.6.

Il reste donc encore à étudier l'impact des discontinuités sur le formalisme des noyaux. Mais c'est un autre et vaste sujet ébauché avec la Rem.1.7. Voir apparaitre la thématique des discontinuités dans le contexte de cette exploration est un bon signe. En effet, il est connu depuis fort longtemps qu'il n'existe pas de paramétrisation des rotations dans un espace tri-dimensionnel qui soit à la fois globale et non-singulière (traduction de [[09] ; § 6, p. 5]).

1.7 Les paramétrisations des rotations d'un espace de dimension trois

L'article [[09] ; 1964] présente trois types de paramétrisations. La première est basée sur les angles d'Euler, la deuxième sur les représentations des exponentielles des matrices anti-symétriques et la troisième est dite de Cayley.

Remarque 1.8. ***Exemple d'une paramétrisation d'Euler***

Dans le premier exemple, une rotation quelconque (implicitement composée de trois rotations en fait) prend la forme matricielle :

$$\Omega(\phi,\,\theta) \;=\; \begin{bmatrix} 1 & 0 & -sin\theta \\ 0 & cos\phi & sin\phi.cos\theta \\ 0 & -sin\phi & cos\phi.cos\theta \end{bmatrix}$$

Si la composition de deux rotations a priori distinctes représentées sous cette forme est équivalente au produit des deux matrices symbolisant l'une et l'autre, alors :

$$\Omega(\phi_1,\,\theta_1)\,.\,\Omega(\phi_2,\,\theta_2)$$

$$=$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -sin\theta_1 \\ 0 & cos\phi_1 & sin\phi_1.cos\theta_1 \\ 0 & -sin\phi_1 & cos\phi_1.cos\theta_1 \end{bmatrix} \,.\, \begin{bmatrix} 1 & 0 & -sin\theta_2 \\ 0 & cos\phi_2 & sin\phi_2.cos\theta_2 \\ 0 & -sin\phi_2 & cos\phi_2.cos\theta_2 \end{bmatrix}$$

$$=$$

$$\begin{bmatrix} 1 & sin\theta_1.sin\phi_2 & -sin\theta_1.cos\phi_2.cos\theta_2 \\ 0 & cos\phi_1.cos\phi_2 \,-\, sin\phi_1.sin\phi_2.cos\phi_2 & cos\phi_1.sin\phi_2.cos\theta_2 \,-\, sin\phi_1.cos\phi_2.cos\theta_1.cos\theta_2 \\ 0 & -sin\phi_1.cos\phi_2 \,-\, sin\phi_2.cos\phi_1.cos\theta_1 & -sin\phi_1.sin\phi_2.cos\theta_2 \,+\, cos\phi_1.cos\phi_2.cos\theta_1 cos\theta_2 \end{bmatrix}$$

Ce produit n'a pas tout à fait le formalisme de la matrice CKM telle qu'elle apparait dans [[04] ; p. 15]. Ceci peut tenir au fait qu'il est construit sur une représentation paramétrique partielle des rotations ; elle ne fait intervenir que deux angles au lieu de trois dans la référence [04]. Toujours est-il que cet exemple permet d'approcher la complexité du formalisme de la matrice CKM et qu'il aide à en comprendre l'origine. Dans ce cas de figure, la "matrice produit" peut aussi se laisser décomposer en une partie symétrique et une partie atypique :

$$\Omega(\phi_1,\,\theta_1)\,.\,\Omega(\phi_2,\,\theta_2)$$

$$=$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\phi_1.cos\phi_2 \,-\, sin\phi_1.sin\phi_2.cos\phi_2 & 0 \\ 0 & 0 & -sin\phi_1.sin\phi_2.cos\theta_2 \,+\, cos\phi_1.cos\phi_2.cos\theta_1 cos\theta_2 \end{bmatrix}$$

$$+$$

$$\begin{bmatrix} 0 & sin\theta_1.sin\phi_2 & -sin\theta_1.cos\phi_2.cos\theta_2 \\ 0 & 0 & cos\phi_1.sin\phi_2.cos\theta_2 \,-\, sin\phi_1.cos\phi_2.cos\theta_1.cos\theta_2 \\ 0 & -sin\phi_1.cos\phi_2 \,-\, sin\phi_2.cos\phi_1.cos\theta_1 & 0 \end{bmatrix}$$

Rien n'interdit alors d'essayer de l'interpréter dans le cadre de la théorie des produits vectoriels déformés puis décomposés non-trivialement, par exemple avec l'Equ.(24), en posant :

$$\frac{1}{2}\,.\,Hess_{(\mathbf{a},\,0)}(\Lambda \,-\, d)(\mathbf{0})$$

$$=$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\phi_1.cos\phi_2 \,-\, sin\phi_1.sin\phi_2.cos\phi_2 & 0 \\ 0 & 0 & -sin\phi_1.sin\phi_2.cos\theta_2 \,+\, cos\phi_1.cos\phi_2.cos\theta_1 cos\theta_2 \end{bmatrix}$$

et :

$$-\,T_2(o)(\mathbf{Grad_a}, \mathbf{d}^*(\mathbf{0}))$$

$$=$$

$$\begin{bmatrix} 0 & sin\theta_1.sin\phi_2 & -sin\theta_1.cos\phi_2.cos\theta_2 \\ 0 & 0 & cos\phi_1.sin\phi_2.cos\theta_2 \,-\, sin\phi_1.cos\phi_2.cos\theta_1.cos\theta_2 \\ 0 & -sin\phi_1.cos\phi_2 \,-\, sin\phi_2.cos\phi_1.cos\theta_1 & 0 \end{bmatrix}$$

Remarque 1.9. ***Exemple des exponentielles des matrices anti-symétriques***

Ici, la rotation type est représentée par une matrice :

$$\Omega(S,\,\sigma) \;=\; exp^{S} \;=\; I + \frac{sin\sigma}{\sigma}.S + \frac{1\,-\,cos\sigma}{\sigma^2}.S^2$$

$$\sigma \,\geq\, 0\,;\, \sigma^2 \;=\; -\frac{1}{2}.TrS^2\,;\, S^3 \;=\; -\sigma.S$$

Le carré d'une matrice anti-symétrique est une matrice symétrique. De sorte que cette paramétrisation peut toujours se laisser réorganiser sous la forme :

$$\Omega(S,\,\sigma) \;=\; exp^{S} \;=\; \{I + \frac{1\,-\,cos\sigma}{\sigma^2}.S^2\} + \frac{sin\sigma}{\sigma}.S$$

qui *ressemble formellement* aux noyaux de type I associés avec des polynomiales dont les coefficients sont constants ; voir l'Equ.(2). Il suffit pour s'en convaincre de poser :

$$\frac{1}{2}\,.\,Hess_{(\mathbf{a},\,0)}\Lambda(\mathbf{0}) \;=\; \{I + \frac{1\,-\,cos\sigma}{\sigma^2}.S^2\}$$

et :

$$\pm\,{}_{[J]}\Phi({}_{\Lambda}\mathbf{s}) \;=\; \frac{sin\sigma}{\sigma}.S$$

La représentation paramétrique n'est cependant *effectivement assimilable* à un tel noyau que si le déterminant de la Hessienne n'est pas nul. Il faut donc vérifier que :

$$|\frac{1}{2}\,.\,Hess_{(\mathbf{a},\,0)}\Lambda(\mathbf{0})| \;=\; |I + \frac{1\,-\,cos\sigma}{\sigma^2}.S^2| \,\neq\, 0$$

Sauf pour les valeur de l'angle σ qui annule un sinus, il est facile de calculer S^2 puisque la matrice S est proportionnelle à une décomposition triviale classique.

$$sin\sigma \,\neq\, 0,\, S \,=\, \pm\frac{\sigma}{sin\sigma}\,.\,{}_{[J]}\Phi({}_{\Lambda}\mathbf{s}) \,\Rightarrow\, S^2 = \frac{\sigma^2}{sin^2\sigma}\,.\,\{T_2(\otimes)(\mathbf{s},\,\mathbf{s}) \,-\, |\mathbf{s}|^2\,.\,I\}$$

Par conséquent, au cas où l'identification "rotation - noyau de type I" fait sens, la demi-Hessienne a pour véritable visage :

$$\frac{1}{2}\,.\,Hess_{(\mathbf{a},\,0)}\Lambda(\mathbf{0}) \;=\; \{(1\,-\,\frac{1\,-\,cos\sigma}{sin^2\sigma}.|\mathbf{s}|^2)\,.\,I + \frac{\sigma^2}{sin^2\sigma}\,.\,T_2(\otimes)(\mathbf{s},\,\mathbf{s})$$

et son déterminant vaut précisément :

$$|\frac{1}{2}\,.\,Hess_{(\mathbf{a},\,0)}\Lambda(\mathbf{0})| \;=\; \alpha^2.(\alpha + \beta.|\mathbf{s}|^2)$$

avec :

$$\alpha \;=\; 1\,-\,\frac{1\,-\,cos\sigma}{sin^2\sigma}.|\mathbf{s}|^2\,;\, \beta \;=\; \frac{\sigma^2}{sin^2\sigma}$$

Lemme 1.2. ***Noyau de type I - Rotation****: En dehors des situations telles que :*

$$sin\sigma \;=\; 0\,;\, \alpha \;=\; 1 - \frac{1\,-\,cos\sigma}{sin^2\sigma}.|\mathbf{s}|^2 \;=\; 0\,;\, \alpha + \beta.|\mathbf{s}|^2 \;=\; 1 - \frac{1\,+\,\sigma^2\,-\,cos\sigma}{sin^2\sigma}.|\mathbf{s}|^2 \;=\; 0$$

tout noyau de type I associé à une polynomiale propre dont les coefficients sont constants (ne dépendent pas du projectile impliqué dans le produit vectoriel déformé qui est décomposé non trivialement) peut s'interpréter comme la représentation paramétrique d'une rotation dans un espace tri-dimensionnel attachée à une matrice anti-symétrique, S et au paramètre scalaire σ.

Ici, si la composition de deux rotations a priori distinctes et représentées sous cette forme est équivalente au produit des deux matrices symbolisant l'une et l'autre, alors :

$$\Omega(S_1,\,\sigma_1)\,.\,\Omega(S_2,\,\sigma_2)$$
$$=$$
$$exp^{S_1}\,.\,\exp^{S_2}$$
$$=$$
$$\{I+\frac{sin\sigma_1}{\sigma_1}.S_1+\frac{1\,-\,cos\sigma_1}{\sigma_1^2}.S_1^2\}\,.\,\{I+\frac{sin\sigma_2}{\sigma_2}.S_2+\frac{1\,-\,cos\sigma_2}{\sigma_2^2}.S_2^2\}$$
$$=$$
$$I+\frac{sin\sigma_1}{\sigma_1}.\frac{sin\sigma_2}{\sigma_2}.S_1.S_2+\frac{1\,-\,cos\sigma_1}{\sigma_1^2}.S_1^2+\frac{1\,-\,cos\sigma_2}{\sigma_2^2}.S_2^2+\frac{1\,-\,cos\sigma_1}{\sigma_1^2}.\frac{1\,-\,cos\sigma_2}{\sigma_2^2}.S_1^2.S_1^2$$
$$+$$
$$\frac{sin\sigma_1}{\sigma_1}.S_1+\frac{sin\sigma_2}{\sigma_2}.S_2+\frac{1\,-\,cos\sigma_1}{\sigma_1^2}.\frac{sin\sigma_2}{\sigma_2}.S_1^2.S_2+\frac{sin\sigma_1}{\sigma_1}.\frac{1\,-\,cos\sigma_2}{\sigma_2^2}.S_1.S_2^2$$

De sorte que pour deux rotations successives identiques, il vient en particulier :

$$\Omega(S,\,\sigma)^2$$
$$=$$
$$I+\{\frac{sin^2\sigma}{\sigma^2}+2.\frac{1\,-\,cos\sigma}{\sigma^2}-\frac{(1\,-\,cos\sigma)^2}{\sigma^3}\}.S^2$$
$$+$$
$$2.\frac{sin\sigma}{\sigma}.\{1\,-\,\frac{1\,-\,cos\sigma}{\sigma}\}.S$$

Par conséquent, la répétition d'une rotation est encore une rotation Ω(S, σ') s'il existe un paramètre scalaire σ' tel qu'il soit possible d'écrire simultanément :

$$\frac{1\,-\,cos\sigma'}{\sigma'^2}\;=\;\frac{sin^2\sigma}{\sigma^2}+2.\frac{1\,-\,cos\sigma}{\sigma^2}-\frac{(1\,-\,cos\sigma)^2}{\sigma^3}$$
$$\frac{sin\sigma'}{\sigma'}\;=\;2.\frac{sin\sigma}{\sigma}.\{1\,-\,\frac{1\,-\,cos\sigma}{\sigma}\}$$

1.8 Conclusion de la première section

Je ne rentrerai pas encore dans tous les détails des calculs nécessaires à préciser les valeurs possibles du nouveau paramètre. Je veux seulement insister sur une idée qui me semble importante. Le Lem.1.2 précédent fixe les contours des situations permettant d'identifier un sous-ensemble de l'ensemble de toutes les rotations effectuables dans un espace de dimension trois avec un sous-ensemble de l'ensemble de tous les noyaux de type I associables avec une décomposition non triviale de produits vectoriels déformés ; ... donc avec un sous-ensemble de l'ensemple de toutes les polynomiales propres de degré deux définissables dans un espace de dimension trois.

$$\mathbf{a}\wedge\mathbf{b}$$
$$\downarrow$$
$$[J]\xrightarrow{Deformation}[A]$$
$$\downarrow$$
$$|[\mathbf{a},\mathbf{b}][A]>=[P].|\mathbf{b}>+|\mathbf{z}>$$
$$\downarrow$$
$$Rotation\;\equiv\;Noyau\,type\,I\;\equiv\;Polynomiale\,propre$$

Le moment cinétique intrinsèque des particules est une de leurs nombreuses caractéristiques et cette dernière est quantifiée. La théorie que je développe peut s'appliquer à ces moments cinétiques. Il suffit de considérer le cas particulier $\mathbf{a} = \mathbf{x}$, position spatiale, et $\mathbf{b} = \mathbf{p}$, quantité de mouvement classique. Dans les conditions que je viens de préciser avec le Lem.1.2, une matrice [A] peut donc déformer le moment cinétique de telle sorte que le noyau de sa décomposition non triviale est équivalente à une rotation de l'espace effectuée sur un très court lapse de temps [3].

References

2 Bibliographie

2.1 Ouvrages et cours consultés

[01] Les kaons et la violation de la symétrie CP ; Revue présentée au Congrès de la SFP. Strasbourg, juillet 2001.

[02] Odd data hint at a new particle; Science news, February 29, 2020.

[03] Des Kaons aux mésons B: Contraindre le Modèle Standard par la physique des saveurs. Physique des Hautes Energies - Expérience [hep-ex]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2007. tel00386983.

[04] CP violations in kaons decays. To appear in Journal of Modern Physics A.

[05] E. Cartan. The theory of spinors.

[06] Darboux, Gaston. Mémoire sur les fonctions discontinues. Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure, Série 2, Tome 4 (1875) , pp. 57-112. doi : 10.24033/asens.122. http://www.numdam.org/item/ASENS_1875_2_4__57_0/

[07] Lebesgue, Henri. Sur l'intégration des fonctions discontinues. Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure, Série 3, Tome 27 (1910) , pp. 361-450. doi : 10.24033/asens.624. http://www.numdam.org/item/ASENS_1910_3_27__361_0/

[08] Accurate and efficient reconstruction of discontinuous functions from truncated series expansions; mathematics of computation, Volume 61, number 204, October 1993, pages 745-763.

[09] On the parametrization of the three-dimensional rotation group; SIAM review, Volume 6, number 4, October, 1964.

2.2 Travaux personnels

[a] PERIAT, T. : Théorie quantique des champs appliquée aux produits vectoriels déformés ; ISBN 978-2-36923-151-6, v2, 03 February 2020.

[b] PERIAT, T. : The (E) question in a three-dimensional space: Decomposing linear systems, intrinsic method and more, ISBN 978-2-36923-084-7, v2, 19 February 2020.

[3] de telle sorte que les coefficients de la polynomiale n'ont pas eu le temps de varier.